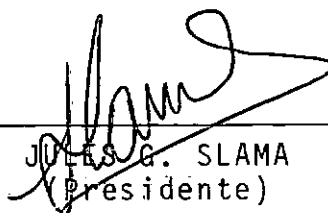


MONITORAÇÃO DE SISTEMAS MECÂNICOS
PELA ASSINATURA DE CRESCIMENTO ALEATÓRIO

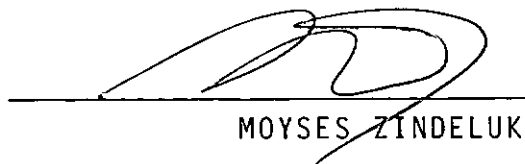
CELSO DI DOMENICO

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE
PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JA
NEIRO, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO GRAU
DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.).

Aprovada por:



JULES G. SLAMA
(Presidente)



MOYSES ZINDELUK



VICTOR PRODONOFF

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
NOVEMBRO DE 1984

A

*Minha Mãe Erminia,
Minha Esposa Zilda,
Minha Filha Alline e
Meu Filho Danniel.*

AGRADECIMENTOS

Aos meus amigos e colegas que me incentivaram na realização deste trabalho, ao Prof. Moyses Zindeluk e particularmente ao Prof. Jules G. Slama pela orientação e pelo estímulo constante.

O Autor

Resumo da Tese Apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

MONITORAÇÃO DE SISTEMAS MECÂNICOS PELA
ASSINATURA DECRESCIMENTO ALEATÓRIO

Celso Di Domênico

Novembro/84

Orientador: Jules G. Slama

Programa: ENGENHARIA MECÂNICA

Estuda-se a aplicabilidade da "Função Decrescimento Aleatório" na detecção de falhas em sistemas mecânicos lineares e a sensibilidade desta função à variação de parâmetros de medição, tais como: posição do acelerômetro, faixa de frequência, nível de seleção, número de amostras, etc.

Utiliza-se um sistema contínuo viga engastada - livre com excitação na extremidade, desenvolvendo-se o estudo teórico segundo as teorias de Euler e de Timoshenko, com variação dos parâmetros massa-mola na extremidade livre da viga, analisando-se assim a sensibilidade teórica dos primeiros modos naturais.

Apresenta-se a fundamentação teórica da função Decrescimento Aleatório, para sistemas a um grau de liberdade e para sistemas contínuos.

Finalmente determinam-se experimentalmente, para o sistema viga engastada-livre com excitador na extremidade, Assinaturas Decrescimento Aleatório que indicam o nível de seleção, número e tamanho de amostras e a sensibilidade a variação de falhas, além de aferir a repetibilidade destas assinaturas.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

MECHANICAL SYSTEMS MONITORING BY
RANDOM DECREMENT FUNCTION

Celso Di Domênico

November/1984

Chairman: Jules G. Slama
Department: Mechanical Engineering

The applicability of the "Random Decrement Function" to the detection of failures in linear mechanical systems is studied together with its sensitivity to the variations of measurement parameter such as, accelerometer position, frequency range, threshold level, number of samples.

A continuous system consisting of a cantilever beam excited at its end has been studied. The sensitivity of the first natural modes under variation of the spring-mass characteristics at the end, is obtained, using Euler and Timoshenko theories.

The theoretical basis for the Random Decrement Function is presented to single degree of freedom and continuous systems.

Experimentally obtained Random Decrement Signatures for the cantilever beam excited at the end indicate the convenient threshold level, number and size of samples, the sensitivity to failures, and also verify the repeatability of these signatures.

I N D I C E

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO	01
I.1-Posicionamento do trabalho	01
I.2-Monitoração e Assinaturas	02
I.3-Assinatura Decrescimento Aleatório(RANDOMDEC)	03
 CAPÍTULO II - ESTUDO DA SENSIBILIDADE DE SISTEMAS MECÂNI- COS À VARIAÇÃO DE PARÂMETROS	 08
II.1-Variação dos Parâmetros	08
II.2-Viga Engastada - Livre com Massa e Mola con- centradas na Extremidade	08
II.2.1 - Viga de Euler	09
II.2.2 - Viga de Timoshenko	16
II.3-Resultados Teóricos e Experimentais	26
II.3.1 - Parâmetros do Sistema	26
II.3.2 - Resultados Teóricos e Experimentais	32
II.3.3 - Conclusões	32
 CAPÍTULO III - ASSINATURA DECRESCIMENTO ALEATÓRIO (RANDOMDEC)	 38
III.1-Introdução	38
III.2-Descrição da Função Decrescimento Aleatório	38
III.3-Função Decrescimento Aleatório para Siste- mas com um Grau de Liberdade	41
III.3.1 - Resposta de um Sistema a um Grau de liberdade	41
III.3.2 - Caso de Excitação Aleatória	43

III.4-Função Decrescimento Aleatório para Siste- mas Contínuos	45
III.4.1 - Resposta de sistemas contínuos ..	45
III.4.2 - Caso de Excitação Aleatória	47
III.4.2.1 - Densidade de probabi- lidade condicional ..	48
III.4.3 - Função Decrescimento Aleatório (RANDOMDEC)	51
III.5-Considerações sobre Parâmetros da Função Decrescimento Aleatório	52
CAPÍTULO IV - RESULTADOS EXPERIMENTAIS	55
IV.1-Introdução	55
IV.2-Montagem Experimental	56
IV.2.1 - Montagem Mecânica	56
IV.2.2 - Instrumentação	58
IV.3-Resultados	66
IV.3.1 - Nível de Seleção, Nº e tamanho das Amostras	66
IV.3.2 - Assinaturas Decrescimento Aleatório	73
IV.3.3 - Espectros de Frequência e Variação das Frequências Naturais com a Falha	81
IV.3.4 - Variação da Assinatura Decrescimen- to Aleatório com a Adição de peque- nas Massas e Assinatura Decrescimen- to Aleatório Cruzada	85
IV.4-Análise dos Resultados e Sugestões	89
APÊNDICE A - ADIMENSIONALIZAÇÃO	96
APÊNDICE B - TABELAS DE RESULTADOS, CAPÍTULO II	100
APÊNDICE C - ASSINATURAS DECRESCIMENTO ALEATÓRIO	115
BIBLIOGRAFIA	124

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO

I.1 - POSICIONAMENTO DO TRABALHO

Uma das preocupações da engenharia depois da construção de um sistema, é com a possibilidade de previsão de modificações importantes, como a ocorrência de falhas e variações estruturais.

Podem ser adotadas várias técnicas para monitorar a evolução do sistema no tempo. A escolha de uma destas técnicas, depende de fatores como: o custo, o nível de informação que se quer do sistema, a velocidade de aquisição da informação, etc.

No caso de estruturas metálicas, alguns tipos de trincas tornam-se realmente grandes e visíveis antes mesmo de ocorrerem sérias perturbações no comportamento do sistema. Porém outros tipos de trincas podem causar falhas catastróficas ou levar a reparos custosos, após ultrapassar um tamanho crítico, o qual é bastante pequeno para escapar à detecções mais comuns.

A Assinatura Decrescimento Aleatório (RANDOMDEC) foi proposta por COLE [1] e [5], como técnica de monitoração para detecção de falhas. Esta Assinatura pode ser utilizada para dar uma informação global da estrutura quanto às variações estruturais, como aparecimento de falhas e enfraquecimento, assim como para identificar propriedades estruturais de que o amortecimento é o melhor exemplo.

I.2 MONITORAÇÃO E ASSINATURAS

Para um sistema excitado com forças aleatórias ambientais as vibrações resultantes são também aleatórias, e deste modo não pode ser usada diretamente como assinatura.

O problema de dar sentido (interpretação) a sinais aleatórios tem sido explorado com grande profundidade na teoria das telecomunicações. Uma das assinaturas mais comuns é a densidade espectral de potência que é a composição em frequência da potência transportada pelo sistema. Esta assinatura terá picos que correspondem as frequências naturais dos modos da estrutura, cujas larguras estão relacionadas com os amortecimentos modais da estrutura. Esta técnica tem sido usada para obter frequências naturais e amortecimentos dos mais baixos modos estruturais. Pequenas falhas tem pouco ou nenhum efeito sobre estes baixos modos estruturais, assim esta informação não é muito usada para detecção de falhas. Se a densidade espectral de potência for estendida para a faixa de frequências acústicas, onde é esperada um maior efeito de falha, os picos ficam muito próximos (relativamente) um dos outros e alguns picos espúrios surgem. Assim a detecção de alguma mudança para uma esperada falha torna-se extremamente difícil.

Outra assinatura que pode ser extraída da resposta aleatória do sistema é a chamada "Decrescimento Aleatório. Para obter esta assinatura necessita-se efetuar os passos seguintes:

- Filtrar o sinal aleatório no tempo, numa faixa de frequência determinada.
- Tomar trechos do sinal obtido, a partir de um nível de referência determinado, com derivadas positivas e negativas alternadamente.
- Fazer a média aritmética destas amostras.

Obtem-se assim a Assinatura Decrescimento Aleatório que tem o mesmo tamanho das amostras e foi interpretada como a curva de vibração livre da estrutura, com valor inicial y_0 , no ponto medido, no caso de um sistema a um grau de liberdade.

I.3 ASSINATURA DECRESCIMENTO ALEATÓRIO (RANDOMDEC)

A obtenção da Assinatura Decrescimento Aleatório é bastante simples. O registro do sinal no tempo é dividido em segmentos iguais de comprimento tal que sejam suficientes para que pelo menos 2 ciclos da menor frequência analisada esteja presente. Cada um destes segmentos deve ter a mesma amplitude inicial y_0 e derivadas iniciais positivas e negativas alternadamente. Feita a média destes segmentos tem-se a assinatura Decrescimento Aleatório plotada na variável dependente y como função do tempo.

Como referência pode-se citar que a Assinatura Decrescimento Aleatório de um sinal "Ruído Branco Gaussiano" é zero exceto para o início que tem amplitude y_0 (Fig. I.1-a), que pode ser interpretado como uma função de autocorrelação do Ruído Branco. Outra referência é o sinal da resposta amortecida para

um sistema de um único grau de liberdade, excitado com Ruído Branco Gaussiano, que tem como assinatura Decrescimento Aleatório uma onda cosseno amortecida, que é semelhante a curva decrescente da vibração livre de um oscilador sujeito a um deslocamento inicial y (Fig. I.1-b).

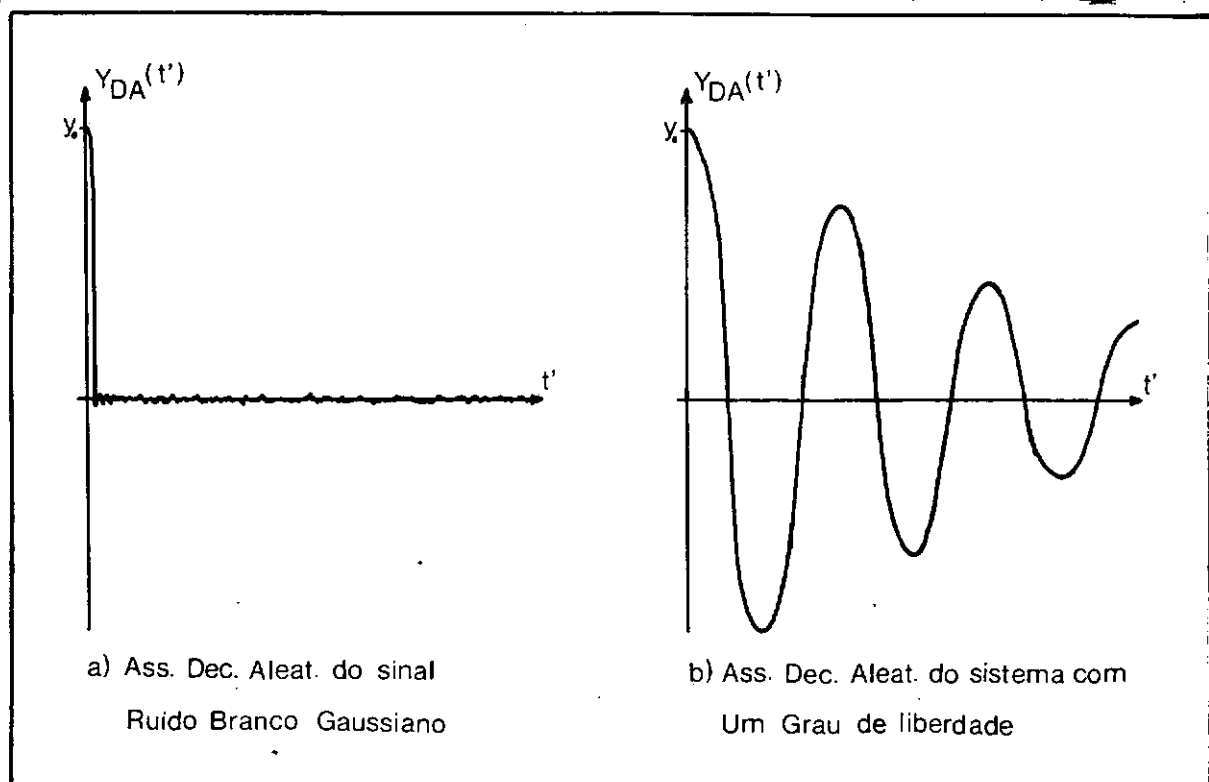


FIG. I.1-a e b

Normalmente o sinal no tempo é filtrado para certas faixas de frequência, para que seja mais fácil a detecção da falha através da variação da assinatura. Deve-se usar um filtro passa-alta para eliminar as baixas frequências que possuem grandes amplitudes e que poderiam mascarar ou minimizar os efeitos de pequenas falhas sobre a assinatura e um filtro passa-baixa para eliminar os ruídos de alta frequência. Assim tem-se um filtro passa-banda que deverá cercar um ou mais picos do espectro da resposta do sistema. No fundo, neste caso, o sistema é constituído pela estrutura metálica mais o filtro. Quando o filtro é de faixa estreita em relação a densidade espectral de

potência da vibração da estrutura, pode-se considerar que o RANDOMDEC vai ser característica do filtro.

Outro parâmetro a ser escolhido é a amplitude inicial y_0 da assinatura. Não se deve escolher valores muito baixos ou muito altos, a menos que propriedades dependentes da amplitude estejam sendo estudadas, visto que, para um baixo nível a razão sinal-ruído decresce, o que leva a produzir assinaturas distorcidas, ou então fazer um número muito grande de médias que leve estes ruídos a se anularem. Por outro lado, valores muito altos de y_0 requerem mais tempo de coleta de dados, pois ocorrem cada vez menos picos de grande amplitude quanto maior for o nível y_0 . A variação das assinaturas com o nível foi investigada e comprovou-se que a forma das assinaturas, em relação ao nível, no caso de sistemas lineares, fica a mesma com pequenas variações nas amplitudes, quando estas assinaturas são comparadas numa mesma escala. Isto verifica o resultado teórico da independência entre a forma da assinatura e o nível de seleção, no caso de sistemas lineares.

O tamanho da assinatura (ΔT) é também uma variável. Variações na Assinatura devido a uma falha podem ocorrer logo no início desta ou após vários ciclos. Como estas variações são pequenas no começo das assinaturas, o comprimento da assinatura deverá ter vários ciclos, de modo que todos os modos naturais na faixa de frequência estudada, tenham sofrido algum amortecimento. Segundo COLE [1] este comprimento estaria situado em torno de 10 ciclos da frequência dominante na faixa filtrada.

O número de amostras, usadas na média para se obter a assinatura é outra variável a ser determinada. Assim para cada nível (y_0) escolhido tem-se um nº de amostras necessárias para que a repetibilidade das assinaturas seja assegurada e que a variação entre estas seja significativamente menor que a variação devido a uma pequena falha.

CAPÍTULO II

ESTUDO DA SENSIBILIDADE DE SISTEMAS MECÂNICOS À VARIAÇÃO DE PARÂMETROS

CAPÍTULO II - ESTUDO DA SENSIBILIDADE DE SISTEMAS MECÂNICOS À VARIAÇÃO DE PARÂMETROS

II.1 - VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS DE UM SISTEMA

Em muitos sistemas reais, pode acontecer a variação de um ou mais parâmetros simultaneamente ou não, no tempo. Assim é de interesse que se faça a monitoração deste sistema para acompanhar esta variação de parâmetros.

Estudando a variação das frequências e modos naturais pode-se avaliar a evolução do sistema quanto a variação dos seus parâmetros.

Com a evolução dos parâmetros do sistema, este pode entrar em regiões de funcionamento qualitativamente deficiente, como por exemplo, nível de resposta excessivo até destruição do sistema no caso de fundações de máquinas.

Estudou-se o comportamento dos modos de vibrações e das frequências de ressonância para uma viga engastada com massa e mola na extremidade, que é o modelo escolhido para o estudo experimental.

II.2 - VIGA ENGASTADA - LIVRE COM MASSA E MOLA CONCENTRADAS NA EXTREMIDADE

O estudo do comportamento do sistema viga engastada-livre com excitador na extremidade livre, foi escolhido por

ser um dos sistemas contínuos simples mais conhecido e mais estudado. Assim tem-se um sistema viga engastada com massa e mola (do excitador) concentradas na extremidade.

Foi resolvido primeiramente o problema com a viga de Euler e depois com a viga de Timoshenko que deu a precisão de um e outro método, já que a viga de Timoshenko leva em consideração os efeitos de Inércia de rotação e deformação de cisalhamento da viga, além de considerar os momentos de flexão e cisalhamento, em que se baseia a Teoria da viga de Euler. A viga de Timoshenko representa melhor o sistema em altas frequências.

II.2.1 - Viga de Euler

O problema de autovalores da viga de Euler pode ser descrito pela equação

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}) = m \omega^2 y \quad [3] \quad (2.1.1)$$

onde:

$EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ = momento à flexão

E = módulo de Elasticidade Longitudinal da viga

I = momento de Inércia da área transv. da viga

x = Posição do elemento da viga em relação à extremidade engastada.

$y(x,t)$ = deslocamento y do elemento da viga à distância x da ex tremidade, no instante t .

m = massa por unidade de comprimento da viga

$\omega = 2\pi f \rightarrow$ frequência natural de flexão (radial) da viga

No caso de EI (rigidez à flexão) ser constante para toda viga, tem-se:

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - m \omega^2 y = 0 \therefore \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - \frac{m \omega^2}{EI} = 0 \quad (2.1.2)$$

$$\text{tomando } \gamma^4 = \frac{m \omega^2}{EI} \quad (2.1.3)$$

como $\omega^2 y = - \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$, tem-se

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (2.1.4)$$

As condições de contorno para Viga Engastada Livre com massa e mola na extremidade, são:

$$x = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} y(0,t) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial x} y(0,t) = 0 \end{array} \right.$$

(2.1.5)

$$x = L \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}(L,t) = 0 \\ - \underbrace{\left[-EI \frac{\partial^3}{\partial x^3} y(L,t) \right]}_{\text{Força Cortante}} = \underbrace{M \frac{\partial^2}{\partial t^2} y(L,t)}_{\text{Força Inércia}} + \underbrace{K_m y(L,t)}_{\text{Força da Mola}} \end{array} \right.$$

onde:

M = massa concentrada na extremidade da viga

K_m = constante da mola na extremidade da viga

Usando variáveis adimensionais (Apêndice A)

$$\bar{x} = \frac{x}{L} \quad e \quad \bar{y} = \frac{y}{L}$$

$$\bar{T} = \frac{t}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}$$

$$\Psi_3 = \frac{K_m L^3}{EI} \quad (\text{coeficiente de rigidez})$$

$$\Psi_4 = \frac{M}{Lm} \quad (\text{coeficiente de massa})$$

Então as equações 2.1.4 e 2.1.5 ficam:

$$\frac{\partial^4 \bar{y}(\bar{x}, \bar{T})}{\partial \bar{x}^4} + \frac{\partial^2 \bar{y}(\bar{x}, \bar{T})}{\partial \bar{T}^2} = 0 \quad (2.1.6)$$

$$x = 0 \left\{ \begin{array}{l} \bar{y}(\bar{x}(0), \bar{T}(t)) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial \bar{x}(x)} \bar{y}(\bar{x}(0), \bar{T}(t)) = 0 \end{array} \right. \quad (2.1.7)$$

$$x = L \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2}{\partial \bar{x}(x)^2} \bar{y}(\bar{x}(L), \bar{T}(t)) = 0 \\ \frac{\partial^3}{\partial \bar{x}(x)^3} \bar{y}(\bar{x}(L), \bar{T}(t)) = \psi_4 \frac{\partial^2 \bar{y}(\bar{x}(L), \bar{T}(t))}{\partial \bar{T}^2(t)} + \psi_3 \bar{y}(\bar{x}(L), \bar{T}(t)) \end{array} \right.$$

Usando método de Separação de Variáveis

$$\text{sendo } \bar{y}(\bar{x}(x), \bar{T}(t)) = X(\bar{x}(x)) \cdot T(\bar{T}(t)) \quad (2.1.8)$$

substituindo 2.1.8 em 2.1.6, tem-se:

$$X'''' \cdot T + X \cdot T'' = 0$$

$$\frac{X''''}{X} = - \frac{T''}{T} = k^4 \quad (2.1.9)$$

$$\text{de 2.1.9 tem-se } X'''' - k^4 X = 0 \quad (2.1.10)$$

a eq. 2.1.10 tem solução da forma:

$$X(\bar{x}(x)) = e^{J\bar{x}} \quad \text{com} \quad \begin{cases} J = \pm k \\ J = \pm ik \end{cases} \quad (2.1.11)$$

$$\text{como } e^{\pm k\bar{x}} = \cosh k\bar{x} \pm \sinh k\bar{x}$$

$$e^{\pm ik\bar{x}} = \cos k\bar{x} \pm i \sin k\bar{x}$$

Logo 2.1.11 tem a forma:

$$X(\bar{x}(x)) = C_1 \sin k\bar{x}(x) + C_2 \cos k\bar{x}(x) + C_3 \sinh k\bar{x}(x) + C_4 \cosh k\bar{x}(x) \quad (2.1.12)$$

Substituindo 2.1.12 nas condições de contorno

2.1.7, tem-se:

$$\text{para } \bar{y}(\bar{x}(0), \bar{T}(t)) = 0 \quad \rightarrow \quad C_1 + C_3 = 0 \quad (2.1.13)$$

$$\text{para } \frac{\partial}{\partial \bar{x}(x)} \bar{y}(\bar{x}(0), \bar{T}(t)) = 0 \quad \rightarrow \quad C_2 + C_4 = 0 \quad (2.1.14)$$

$$\begin{aligned} \text{para } \frac{\partial^2}{\partial \bar{x}^2(x)} \bar{y}(\bar{x}(L), \bar{T}(t)) = 0 \quad \rightarrow \quad & -C_1 \sin k - C_2 \cos k + C_3 \sinh k + \\ & + C_4 \cosh k = 0 \end{aligned} \quad (2.1.15)$$

$$\begin{aligned} \text{para } \frac{\partial^3}{\partial \bar{x}^3(x)} \bar{y}(\bar{x}(L), \bar{T}(t)) = \Psi_4 \frac{\partial^2}{\partial \bar{T}^2(t)} \bar{y}(\bar{x}(L), \bar{T}(t)) + \Psi_3 \bar{y}(\bar{x}(L), \bar{T}(t)) \rightarrow \\ \rightarrow C_1 \left\{ \left(\frac{\Psi_3}{k^3} - \Psi_4 k \right) \sinh k + \cosh k \right\} + C_2 \left\{ \left(\frac{\Psi_3}{k^3} - \Psi_4 k \right) \cosh k - \sinh k \right\} + \end{aligned} \quad (2.1.16)$$

$$+ C_3 \left\{ \left(\frac{\Psi_3}{k^3} - \Psi_4 k \right) \sinh k - \cosh k \right\} + C_4 \left\{ \left(\frac{\Psi_3}{k^3} - \Psi_4 k \right) \cosh k - \sinh k \right\} = 0$$

Substituindo 2.1.13 e 2.1.14 em 2.1.15 e 2.1.16, tem-se:

$$C_3 \{ \sinh k + \sinh k \} + C_4 \{ \cosh k + \cosh k \} = 0$$

$$C_3 \{ \phi(\sinh k - \sinh k) - (\cosh k + \cosh k) \} + C_4 \{ \phi(\cosh k - \cosh k) - (\sinh k - \sinh k) \} = 0$$

$$\text{com } \phi = \left\{ \frac{\Psi_3}{k^3} - \Psi_4 k \right\}$$

Tem-se então um sistema de equações da forma:

$$\begin{Bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} C_3 \\ C_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

para que C_3 e C_4 sejam diferentes de zero (solução não trivial), o determinante da matriz A_{ij} tem que ser nulo.

Achando o determinante, tem-se:

Equação de autovalores para viga de Euler com M e K_m

$$\left\{ \frac{\Psi_3}{k^3} - \Psi_4 \cdot k \right\} (\text{senk} \cosh k - \text{cosk} \sinh k) + \text{cosk} \cosh k + 1 = 0$$

(2.1.17)

Tomando as equações 2.1.2 e 2.1.3, tem-se:

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - \gamma^4 y = 0 \quad \therefore \quad \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = \gamma^4 y$$

Substituindo as variáveis adimensionais $\bar{x} = \frac{x}{L}$ $\bar{y} = \frac{y}{L}$

$$\frac{\partial^4 (\bar{y} \cdot L)}{\partial (\bar{x} \cdot L)^4} = \gamma^4 \bar{y} \cdot L \quad \therefore \quad \frac{\partial^4 \bar{y}}{\partial \bar{x}^4} \cdot \frac{L}{L^4} = \gamma^4 \bar{y} \cdot L$$

Substituindo 2.1.8

$$\frac{\partial^4 X(\bar{x}(x))}{\partial \bar{x}(x)^4} \cdot T(\bar{T}(t)) = \gamma^4 L^4 X(\bar{x}(x)) \cdot T(\bar{T}(t)) \quad \therefore \quad \frac{X''''(\bar{x}(x))}{X(\bar{x}(x))} = \gamma^4 \cdot L^4$$

Substituindo 2.1.9

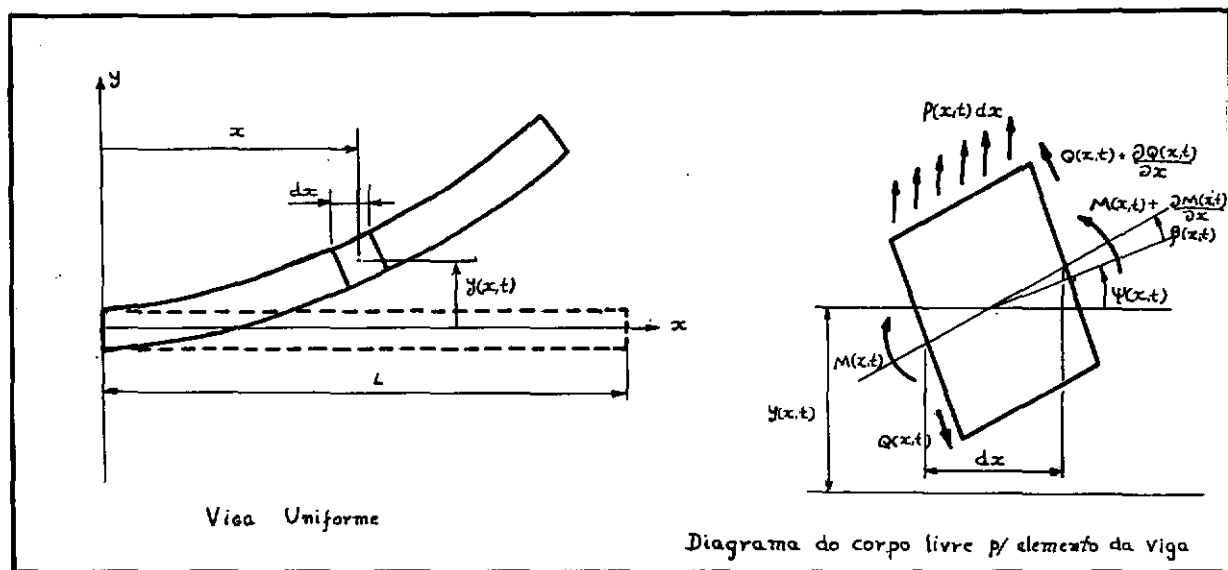
$$k^4 = \gamma^4 \cdot L^4, \quad \text{como de 2.1.3, } \gamma^4 = \frac{m \omega^2}{EI}, \quad \text{tem-se:}$$

$$\omega = k^2 \sqrt{\frac{EI}{m L^4}} \quad 2.1.8 \quad \text{como} \quad \omega = 2\pi f$$

$$f = \frac{1}{2\pi} k^2 \sqrt{\frac{EI}{m L^4}} \quad 2.1.19$$

Assim, tendo os valores de k que zeram a equação 2.1.17 encontram-se as frequências naturais na eq. 2.1.19.

II.2.2 Viga de Timoshenko [6]



A deflexão total $y(x,t)$ da Barra no ponto x consiste em 2 partes, uma causada pela flexão e outra pelo esforço cortante. Então a inclinação da curva de deflexão no ponto x , pode ser escrita

$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial x} = \Psi(x,t) + \beta(x,t) \quad (2.2.1)$$

onde $\Psi(x,t)$ é o ângulo de rotação devido a flexão

$\beta(x,t)$ é o ângulo de distorção devido ao esforço cortante.

A relação entre o momento fletor e a deformação pela flexão é:

$$M(x,t) = EI(x) \frac{\partial \Psi(x,t)}{\partial x} \quad (2.2.2)$$

e a relação entre a força cortante e a deformação pela força cortante é:

$$Q(x,t) = k'G A(x) \beta(x,t) \quad (2.2.3)$$

onde G = módulo de cisalhamento

k' = Fator numérico que depende da seção transversal da viga

$A(x)$ = Área transversal da viga, na posição x

Para formular o problema de valores de contorno, usa-se o princípio de Hamilton:

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta T + \delta \omega) dt = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \delta T = \text{Variação Energia Cinética} \\ \delta \omega = \text{Variação Trabalho Virtual} \end{array} \right.$$

E chega-se para o caso A, I, J constantes com a seção da viga

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \left\{ J + \frac{EI m}{k' GA} \right\} \frac{\partial^4 y}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{Jm}{k' GA} \frac{\partial^4 y}{\partial t^4} = 0 \quad [6] \quad (2.2.4)$$

onde

E = módulo de Elasticidade longitudinal da viga

I = momento de Inércia da área transversal da viga

x = Posição do elemento da viga em relação a extremidade engastada.

y(x,t) = deslocamento y do elemento da viga à distância x da extremidade, no instante t.

m = massa por unidade de comprimento da viga

J = Momento de Inércia da massa da viga

k' = Coeficiente adimensional (depende da forma da seção transversal)

G = Módulo de Elasticidade transversal da viga

A = Área transversal da viga

Usando as variáveis adimensionais (Apêndice A)

$$\bar{x} = \frac{x}{L} \quad \bar{y} = \frac{y}{L} \quad \bar{T} = \frac{t}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}$$

$$\Psi_3 = \frac{K_m L^3}{EI} ; \Psi_4 = \frac{M}{Lm} \quad \text{coeficientes de rigidez e massa}$$

$$\Psi_1 = \frac{J}{mL^2} \quad \text{coeficiente de Inércia de Rotação}$$

$$\Psi_2 = \frac{EI}{GA L^2} \quad \text{coeficiente de participação do cisalhamento}$$

Então a equação 2.2.4 fica:

$$\frac{\partial^4 y}{\partial \bar{x}^4} + \frac{\partial^2 \bar{y}}{\partial \bar{T}^2} - \left\{ \Psi_1 + \frac{\Psi_2}{k'} \right\} \left\{ \frac{\partial^4 \bar{y}}{\partial \bar{x}^2 \partial \bar{T}^2} + \frac{\Psi_1 \Psi_2}{k'} \frac{\partial^4 y}{\partial \bar{T}^4} \right\} = 0 \quad (2.2.5)$$

Usando método de separação de variáveis

$$\bar{y}(\bar{x}, \bar{T}) = X(\bar{x}) \cdot T(\bar{T}) \quad (2.2.6)$$

Sendo T da forma $T = \cos \bar{\omega} \bar{T}(t)$

Derivando 2.2.6 e substituindo em 2.2.5, tem-se:

$$X''' + \left(\Psi_1 + \frac{\Psi_2}{k'} \right) \bar{\omega}^2 X'' + \left\{ \frac{\Psi_1 \Psi_2}{k'} \bar{\omega}^4 - \bar{\omega}^2 \right\} = 0$$

Sendo a solução de $X(\bar{x})$ da forma, $X(\bar{x}) = e^{\alpha \bar{x}}$, tem-se:

(2.2.7)

$$\alpha^4 + \left(\Psi_1 + \frac{\Psi_2}{k'} \right) \bar{\omega}^2 \alpha^2 + \left\{ \frac{\Psi_1 \Psi_2}{k'} \bar{\omega}^4 - \bar{\omega}^2 \right\} = 0 \quad (2.2.8)$$

que tem solução:

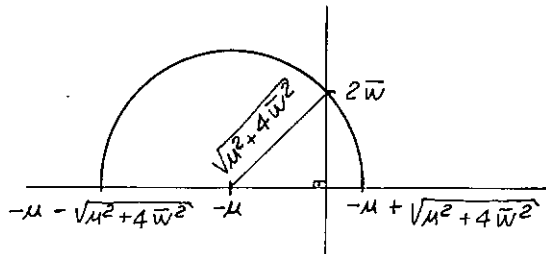
$$\alpha = \pm \sqrt{\frac{(-(\Psi_1 + \frac{\Psi_2}{k'}) \bar{\omega}^2) \pm \sqrt{(\Psi_1 + \frac{\Psi_2}{k'})^2 \bar{\omega}^4 - 4(\frac{\Psi_1 \Psi_2}{k'} \bar{\omega}^4 - \bar{\omega}^2)}}{2}} \quad (2.2.8.1)$$

Se tomarmos $u = (\Psi_1 + \frac{\Psi_2}{k'}) \bar{\omega}^2$, então

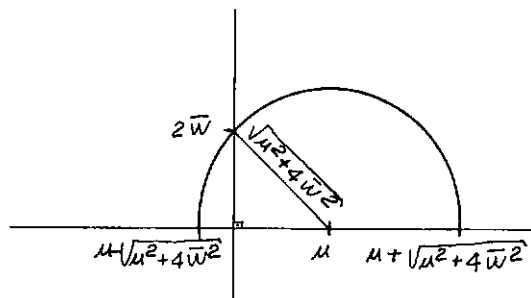
(2.2.8.2)

$$\alpha = \pm \sqrt{\frac{-u \pm \sqrt{u^2 + 4 \bar{\omega}^2}}{2}} \quad (2.2.8.3)$$

Se $\underline{u > 0}$, tem-se



Se $\underline{u < 0}$, tem-se



Assim para qualquer um dos casos, tem-se:

α_1 = Real positivo e α_3 = Real negativo, tal que, $\alpha_1 = -\alpha_3$

e α_2 = Imaginário positivo e α_4 = Imaginário negativo, tal que

$$\alpha_2 = -\alpha_4$$

Logo X será da forma:

$$X = C_1 e^{\alpha_1 \bar{X}} + C_3 e^{-\alpha_1 \bar{X}} + C_2 e^{\alpha_2 \bar{X}} + C_4 e^{-\alpha_2 \bar{X}}$$

tomando $\alpha_1 = |\alpha_1|$ e $\alpha_2 = i|\alpha_2|$

$$X = C_1 e^{\alpha_1 \bar{X}} + C_3 e^{-\alpha_1 \bar{X}} + C_2 e^{i\alpha_2 \bar{X}} + C_4 e^{-i\alpha_2 \bar{X}} \quad (2.2.9)$$

Sabe-se que:

$$\cosh \alpha_1 \bar{X} + \sinh \alpha_1 \bar{X} = e^{\alpha_1 \bar{X}}$$

$$\cosh \alpha_1 \bar{X} - \sinh \alpha_1 \bar{X} = e^{-\alpha_1 \bar{X}}$$

$$\cos \alpha_2 \bar{X} + i \sin \alpha_2 \bar{X} = e^{i\alpha_2 \bar{X}}$$

$$\cos \alpha_2 \bar{X} - i \sin \alpha_2 \bar{X} = e^{-i\alpha_2 \bar{X}}$$

Substituindo em 2.2.9

$$\begin{aligned} X = & C_1 \cosh \alpha_1 \bar{X} + C_1 \sinh \alpha_1 \bar{X} + C_3 \cosh \alpha_1 \bar{X} - C_3 \sinh \alpha_1 \bar{X} \\ & + C_2 \cos \alpha_2 \bar{X} + C_2 i \sin \alpha_2 \bar{X} + C_4 \cos \alpha_2 \bar{X} - C_4 i \sin \alpha_2 \bar{X} \end{aligned}$$

$$X = (C_1 + C_3) \cosh \alpha_1 \bar{x} + (C_1 - C_3) \sinh \alpha_1 \bar{x} + (C_2 + C_4) \cos \alpha_2 \bar{x} + (C_2 - C_4)i \sin \alpha_2 \bar{x}$$

$$\text{fazendo } C_1 + C_3 = \phi_1$$

$$C_2 + C_4 = \phi_3$$

$$C_1 - C_3 = \phi_2$$

$$(C_2 - C_4)i = \phi_4$$

tem-se

$$X = \phi_1 \cosh \alpha_1 \bar{x} + \phi_2 \sinh \alpha_1 \bar{x} + \phi_3 \cos \alpha_2 \bar{x} + \phi_4 \sin \alpha_2 \bar{x} \quad (2.2.10)$$

Substituindo 2.2.10 nas condições de contorno (2.1.7) para viga engastada livre com massa e mola na extremidade.

$$\text{para } \bar{y}(\bar{x}(0), \bar{T}(t)) = 0 \rightarrow \phi_1 + \phi_3 = 0 \quad (2.2.11)$$

$$\text{para } \frac{\partial \bar{y}(\bar{x}(0), \bar{T}(t))}{\partial \bar{x}(x)} = 0 \rightarrow \phi_2 \alpha_1 + \phi_4 \alpha_2 = 0 \quad (2.2.12)$$

$$\begin{aligned} \text{para } \frac{\partial^2 \bar{y}(\bar{x}(L), \bar{T}(t))}{\partial \bar{x}^2(x)} = 0 \rightarrow & \phi_1 \alpha_1^2 \cosh \alpha_1 + \phi_2 \alpha_1^2 \sinh \alpha_1 \\ & - \phi_3 \alpha_2^2 \cos \alpha_2 - \phi_4 \alpha_2^2 \sin \alpha_2 = 0 \end{aligned} \quad (2.2.13)$$

$$\begin{aligned} \text{para } \frac{\partial^3 \bar{y}(\bar{x}(L), \bar{T}(t))}{\partial \bar{x}^3(x)} = \Psi_4 \frac{\partial^2 \bar{y}(\bar{x}(L), \bar{T}(t))}{\partial \bar{T}^2(t)} + \Psi_3 \bar{y}(\bar{x}(L), \bar{T}(t)) \rightarrow \\ \rightarrow \phi_1 \{ \alpha_1^3 \sinh \alpha_1 + (\Psi_4 \bar{\omega}^2 - \Psi_3) \cosh \alpha_1 \} + \phi_2 \{ \alpha_1^3 \cosh \alpha_1 + (\Psi_4 \bar{\omega}^2 - \Psi_3) \sinh \alpha_1 \} \\ + \phi_3 \{ \alpha_2^3 \sin \alpha_2 + (\Psi_4 \bar{\omega}^2 - \Psi_3) \cos \alpha_2 \} + \phi_4 \{ -\alpha_2^3 \cos \alpha_2 + (\Psi_4 \bar{\omega}^2 - \Psi_3) \sin \alpha_2 \} = 0 \end{aligned} \quad (2.2.14)$$

Substituindo 2.2.11 e 2.2.12 em 2.2.13 e 2.2.14,

tem-se:

$$\phi_1 (\alpha_1^2 \cosh \alpha_1 + \alpha_2^2 \cos \alpha_2) + \phi_2 (\alpha_1^2 \sinh \alpha_1 + \alpha_1 \alpha_2 \sin \alpha_2) = 0$$

$$\phi_1 \{ \alpha_1^3 \sinh \alpha_1 - \alpha_2^3 \sin \alpha_2 + (\Psi_4 \bar{\omega}^2 - \Psi_3) (\cosh \alpha_1 - \cos \alpha_2) \}$$

$$+ \phi_2 \{ \alpha_1^3 \cosh \alpha_1 + \alpha_1 \alpha_2^2 \cos \alpha_2 + (\Psi_4 \bar{\omega}^2 - \Psi_3) (\sinh \alpha_1 - \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \sin \alpha_2) \} = 0$$

Tem-se então um sistema de equações da forma

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Para que o sistema tenha solução não trivial (ϕ_1 e $\phi_2 \neq 0$) o determinante da matriz A_{ij} tem que ser nulo.

Achando o determinante de auto-valores, tem-se:

Equação da Viga de Timoshenko (Engastada-Livre) com Massa e Mola na
Extremidade Livre

$$\begin{aligned} & \alpha_1^5 + \alpha_1 \alpha_2^4 + (\alpha_1^2 \alpha_2^3 - \alpha_1^4 \alpha_2) \sinh \alpha_1 \sin \alpha_2 + 2 \alpha_1^3 \alpha_2^2 \cosh \alpha_1 \cos \alpha_2 \\ & + (\Psi_4 \bar{\omega}^2 - \Psi_3) \{ (\alpha_1^2 + \alpha_2^2) (\sinh \alpha_1 \cos \alpha_2 - \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \cosh \alpha_1 \sin \alpha_2) \} = 0 \end{aligned}$$

(2.2.15)

Tomando a equação 2.2.6 e substituindo em 2.1.9,
tem-se:

$$\bar{\omega}^2 = k^4 \quad \therefore \quad \bar{\omega} = k^2$$

Substituindo em 2.1.19, tem-se:

$$f = \frac{1}{2\pi} \bar{\omega} \sqrt{\frac{EI}{mL^4}} \quad (2.2.16)$$

Assim, para um valor de $\bar{\omega}$ na equação 2.2.8 obtem-se as 4 raízes $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$. Substituindo os valores de α e o $\bar{\omega}$ na eq.2.2.15 irá se comprovar se esta equação fica nula e desta maneira achar a respectiva frequência natural na eq. 2.1.19.

Na determinação dos nós da viga para cada frequência natural, tem-se que pela separação de Variáveis.

$$\bar{y}(\bar{x}, \bar{t}) = X(\bar{x}) \cdot \cos \bar{\omega} \bar{t}(t)$$

Assim, quando $\bar{\omega}$ é a frequência de ressonância, os valores de \bar{x} para $\bar{y} = 0$ são os nós do modo.

Como

$$X(\bar{x}) = \phi_1 \cosh \alpha_1 \bar{x} + \phi_2 \sinh \alpha_1 \bar{x} + \phi_3 \cos \alpha_2 \bar{x} + \phi_4 \sin \alpha_2 \bar{x}$$

sendo $\bar{x} = \frac{x}{L}$ x varia de 0 a L \rightarrow \bar{x} varia de 0 a 1

e como das 2 primeiras condições de contorno (eq. 2.2.11 e 2.2.12):

$$\phi_3 = -\phi_1 \quad \text{e} \quad \phi_4 = -\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \phi_2$$

tem-se então

Equação dos Nós para determinada frequência $\bar{\omega} \rightarrow \alpha_1$ e α_2

$$X(\bar{x}) = \phi_1 \{ \cosh \alpha_1 \bar{x} - \cos \alpha_2 \bar{x} \} + \phi_2 \left\{ \sinh \alpha_1 \bar{x} - \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \sin \alpha_2 \bar{x} \right\} = 0$$

(2.2.17)

Assim os nós \bar{x} são determinados para $X(\bar{x}) = 0$ e com ϕ_1 e ϕ_2 dados pela 3ª Cond. Cont. (2.2.13) e com as 2 primeiras (2.2.11 e 2.2.12).

$$\frac{\phi_1}{\phi_2} = - \left(\frac{\alpha_1^2 \sinh \alpha_1 + \alpha_1 \alpha_2 \sin \alpha_2}{\alpha_1^2 \cosh \alpha_1 + \alpha_2^2 \cos \alpha_2} \right) \quad (2.2.18)$$

II.3 - RESULTADOS TEÓRICOS E EXPERIMENTAIS

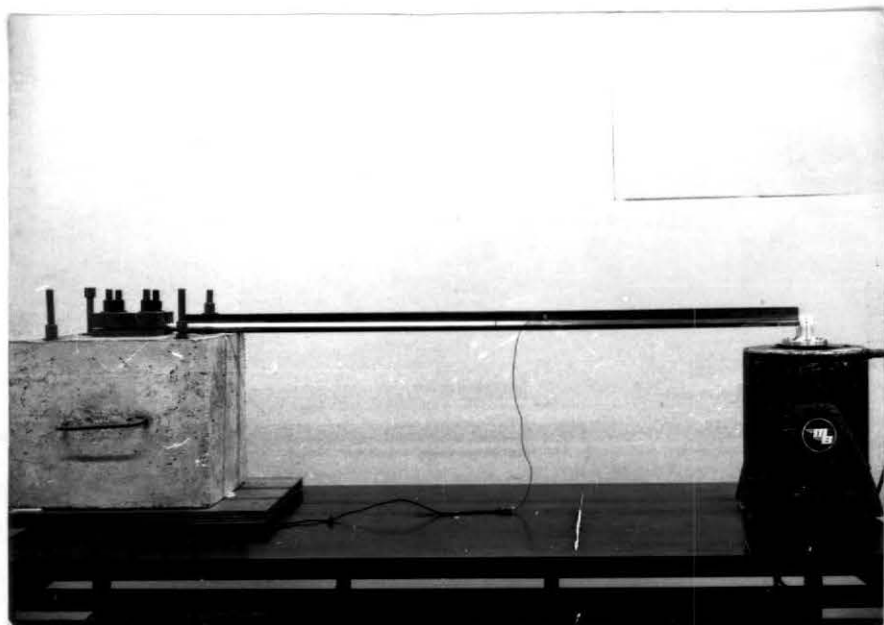


Figura II.1 - Viga Engastada-Livre com Excitador na Extremidade

II.3.1 - Parâmetros do Sistema

$M_b = 1,09121 \text{ Kg}$ - Massa da barra

$L_b = 1,099 \text{ m}$ - Comprimento total da barra

$D = 0,0126 \text{ m}$ - Diâmetro da barra

$L = 1,009 \text{ m}$ = Comprimento livre da barra

Determinação Experimental do Módulo de Elasticidade Longitudinal da Barra

Suspendeu-se a barra por 2 arames finos. Colocou-se um microfone ligado a analisador Espectral, próximo a uma das extremidades da barra e na outra extremidade provocou-se impac-

tos com pequeno martelo. Desta forma obteve-se um espectro de frequências de ressonância longitudinal no Analisador Espectral e com ele a frequência natural longitudinal $f_L = 2270$ HZ

$$\text{como } f_L = \frac{1}{T} \quad \text{e} \quad T = \frac{2L_b}{C} \quad \text{e} \quad C = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

onde

T = período

L_b = comprimento total da barra

C = velocidade de propagação do som na barra

E = Modulo de Elasticidade Longitudinal

$$\rho = \frac{M_b}{V} = \frac{M_b}{\frac{\pi D^2}{4} \cdot L_b} = \text{Densidade do material da barra}$$

$$\text{assim tem-se} \quad E = \frac{16 \cdot L_b \cdot f_L^2 \cdot M_b}{\pi D^2} = 2,021 \times 10^6 \text{ kgf/m}^2$$

Determinação Experimental da Rigidez e Massa do Excitador (K_m, M_e)-
Técnica da massa adicional

Alimentando-se o excitador com ruído Branco, e achando-se o espectro de frequências com uso de analisador Espectral para a resposta deste, obtém-se a frequência natural f_1 . Adicionando-se uma massa ΔM conhecida à massa M do excitador, obtém-se da mesma forma para o novo sistema a frequência natural f_2 .

Assim tem-se $f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_m}{M_e}}$ (2.3.1)

$$f_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_m}{M_e + \Delta M}} \quad (2.3.2)$$

de 2.3.1 e 2.3.2 tem-se

$$4\pi^2 f_1^2 = \frac{K_m}{M_e} \quad (2.3.3)$$

$$4\pi^2 f_2^2 = \frac{K_m}{M_e + \Delta M} \quad (2.3.4)$$

Dividindo 2.3.3 por 2.3.4

$$\frac{f_1^2}{f_2^2} = \frac{M_e + \Delta M}{M_e} = 1 + \frac{\Delta M}{M_e} \quad \therefore \quad \frac{\Delta M}{M_e} = \frac{f_1^2 - f_2^2}{f_2^2} \quad \therefore \quad M_e = \Delta M \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \quad (2.3.5)$$

invertendo as eq. 2.3.3 e 2.3.4

$$\frac{M_e}{K_m} = \frac{1}{4\pi^2 f_1^2} \quad (2.3.6)$$

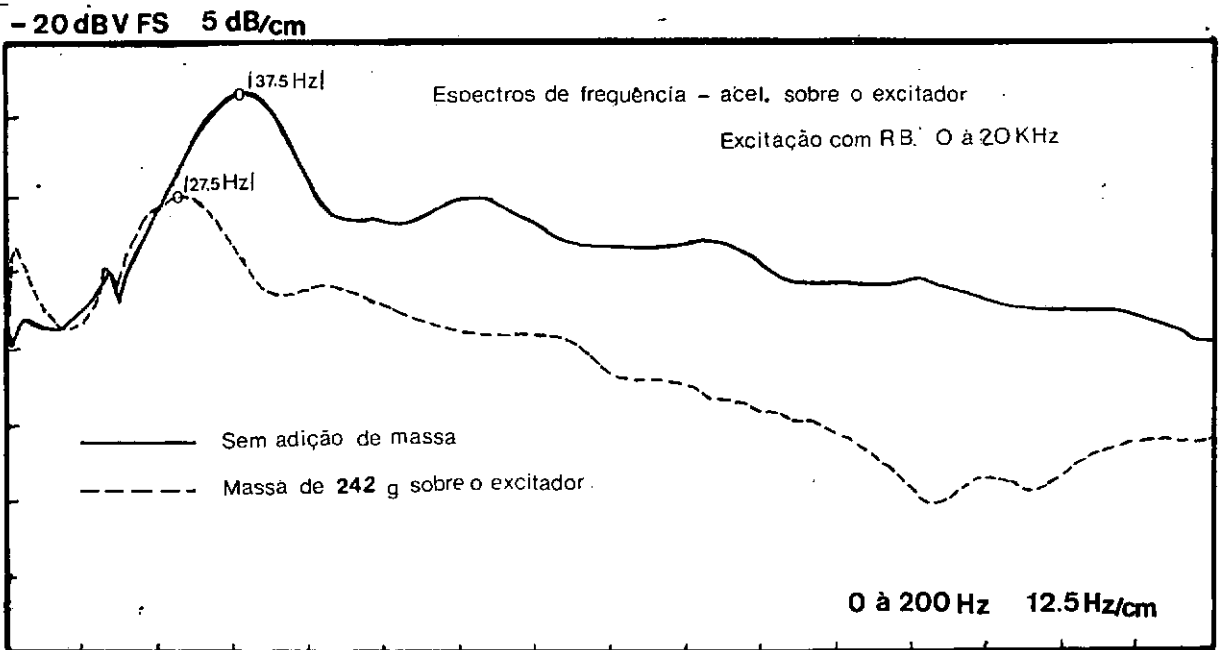
$$\frac{M_e + \Delta M}{K_m} = \frac{1}{4\pi^2 f_2^2} \quad (2.3.7)$$

fazendo eq. 2.3.7 menos eq. 2.3.6, tem-se

$$\frac{M_e + \Delta M}{K_m} - \frac{M_e}{K_m} = \frac{1}{4\pi^2 f_2^2} - \frac{1}{4\pi^2 f_1^2} \therefore \frac{\Delta M}{K_m} = \frac{1}{4\pi^2} \left\{ \frac{f_1^2 - f_2^2}{f_1^2 f_2^2} \right\} \therefore$$

$$K_m = \Delta M \cdot 4\pi^2 \left\{ \frac{f_1^2 \cdot f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \right\} \quad (2.3.8)$$

usando-se $\Delta M = 0,242 \text{ Kg}$ obteve-se o gráfico de espectros de frequência abaixo.



logo das eq. 2.3.5 e 2.3.8 tem-se:

$$\underline{M_e = 0,281 \text{ Kg}} \quad \text{e} \quad \underline{K_m = 16 \text{ Kg/cm}}$$

Massa total na extremidade da barra (M)

$$M = M_e + M_L$$

onde M_e = massa do elemento móvel do excitador = 0,281 Kg

M_L = massa do elo de ligação da barra com o excitador =
0,1595 Kg

assim $M = 0,4405 \text{ Kg}$

Momento de Inércia da área - I

para seção transversal circular, tem-se

$$I = \frac{\pi D^4}{64} \quad \therefore \quad \underline{I = 0,1237235 \text{ cm}^4}$$

Momento de Inércia da massa - J

$$J = \rho I \quad \text{onde} \quad \rho = \frac{M_b}{V} = \frac{M_b}{\frac{\pi D^2}{4} \cdot L_b} = 7,963 \times 10^{-3} \text{ Kg/cm}^3$$

$$\therefore \quad \underline{J = 0,9854626 \times 10^{-3} \text{ Kg.cm}}$$

Massa da barra por unidade de Comprimento - m

$$m = \frac{M_b}{L_b} \quad \therefore \quad \underline{m = 0,00993 \text{ Kg/cm}}$$

Coeficiente adimensional que depende da forma da seção transversal - K'

para seção transversal circular

$$K' = \frac{6(1 + \nu)}{7 + 6\nu} \quad [8]$$

onde

ν = coeficiente de Poisson

em tabela para Aço Inox Cr-Ni 8-18 $\nu = 0,292$

assim $k' = 0,88574$

Módulo de Elasticidade Transversal - G

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad \therefore \quad \underline{G = 7,8223 \times 10^5 \text{ Kgf/cm}^2}$$

Coeficientes adimensionais $\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \Psi_4$

$$\text{Coef. de Inércia de Rotação} - \Psi_1 = \frac{J}{mL^2} \quad \therefore \quad \underline{\Psi_1 = 9,7452 \times 10^{-6}}$$

$$\text{Coef. da Participação do cisalhamento} - \Psi_2 = \frac{EI}{GA.L^2} \quad \therefore \quad \underline{\Psi_2 = 2,5184 \times 10^{-5}}$$

$$\text{Coef. de Rigidez} \quad - \quad \Psi_3 = \frac{K_m L^3}{EI} \quad \therefore \quad \underline{\Psi_3 = 65,723}$$

$$\text{Coef. de Massa} \quad - \quad \Psi_4 = \frac{M}{L_m} \quad \therefore \quad \underline{\Psi_4 = 0,4399}$$

II.3.2 - Resultados Teóricos e Experimentais

Com as equações, 2.2.8, 2.2.15, 2.2.16, 2.2.17 e 2.2.18 através de método iterativo, com ajuda de computador acham-se as frequências naturais transversais e os respectivos nós para várias combinações de Ψ_3 e Ψ_4 (massa e mola na extremidade da viga) que se encontram na tabela B.1 do apêndice B.

Para o caso específico de $\Psi_3 = 65,723$ e $\Psi_4 = 0,4399$, que são para a viga em estudo com massa e mola na extremidade (excitador) tem-se na tabela B.2 apêndice B a comparação entre as frequências naturais transversais e os respectivos nós obtidos pelo cálculo teórico da viga de Euler e Timoshenko e obtidos experimentalmente para viga sem alguma falha e com uma falha de 4% da área transversal da viga à 527mm do engastamento.

II.3.3 - Conclusões

Neste estudo da sensibilidade do sistema à variação de parâmetros, conclui-se inicialmente dos resultados da tabela B.1 anexo B, que cada frequência natural da viga engastada com massa-mola variável na extremidade, varia dentro de uma certa faixa independente, de modo que onde inicia a faixa de varia-

ção do 2º modo termina o do 1º modo, onde inicia a faixa do 3º modo termina a do 2º modo, e assim sucessivamente. Pode-se visualizar este fato no gráfico II.3.3.1, que mostra para o 1º modo a faixa de 0 a 38 HZ, para o 2º modo 38 HZ a 122,5 HZ para o 3º modo 122,5 HZ a 253 HZ e assim por diante.

Nota-se também na tabela B.1, anexo B, que a posição dos nós não é constante para um mesmo modo natural, visto que ao se variar a massa e rigidez (Ψ_4 e Ψ_3) na extremidade da viga esta se mudando a condição de contorno nesta extremidade. Esta condição de contorno irá tender ao tipo articulado, quando Ψ_3 e Ψ_4 tenderem a valores grandes.

Outro fato a ser apontado neste estudo, é de que a maior sensibilidade frequencial do sistema à variação dos parâmetros Ψ_3 e Ψ_4 , é notada nos 1ºs. modos naturais, enquanto que os modos de frequências mais altas tem pouca ou nenhuma sensibilidade a variação de Ψ_3 e Ψ_4 "usadas"; Ψ_4 até 100 (significa que a massa na extremidade é 100 vezes a massa da viga) e Ψ_3 até 10.000 (significa que a rigidez na extremidade é 10.000 vezes a rigidez da viga). Disto decorre que através da análise da faixa de frequências poder-se-á saber com que parâmetros Ψ_3 e Ψ_4 o sistema se encontra.

Quanto a tabela B.2 anexo B observa-se inicialmente que as frequências naturais transversais calculadas segundo a viga de Euler e a de Timoshenko tem os mesmos valores para os 1ºs. modos naturais, mas existe uma diferença que irá crescer à medida que se compare os modos cada vez mais altos. Assim con-

firma-se que o resultado clássico da viga de Euler deve ser utilizado quando houver interesse apenas nas primeiras frequências naturais já que se trata de um método com menores cálculos em comparação com o método da viga de Timoshenko.

Numa segunda observação sobre os resultados da tabela B.2 anexo B, nota-se que as frequências naturais transversais obtidas pelo método teórico segundo a viga de Timoshenko e as frequências naturais transversais obtidas experimentalmente, para a viga sem falha, tem pequenas diferenças (1 a 5%) que se deve ao fato de que as condições de contorno teóricos (Engastado com massa e mola na extremidade) são impossíveis de se reproduzir totalmente na prática, além de que todos os parâmetros do sistema tem pequenos erros de medida (massa da viga, coeficiente de elasticidade da viga, rigidez e massa da extremidade, etc.).

Numa terceira observação sobre a tabela B.2 anexo B, nota-se que as frequências naturais transversais experimentais da viga, sem falha e com falha de 4% da área transversal, tem pequena ou nenhuma variação, além do que os valores destas frequências naturais são muito instáveis de uma medida para outra, sendo os valores ali mostrados uma média sobre várias medidas. Assim conclue-se que a detecção de pequenas falhas através do espectro das frequências de ressonância não apresenta uma confiabilidade suficiente.

O que se observa na evolução do sistema teórico estudado, com variação dos parâmetros massa e mola na extremidade da viga, é o fenômeno de interação modal, mostrada nas curvas do

gráfico II.3.3.1, que consiste na proximidade (em frequência) de 2 modos consecutivos.

Mais interessante, no lugar de tratar exclusivamente da interação modal, será discutir as possibilidades de se relacionar, variações estruturais com variações dos parâmetros.

Tem-se que: $\left| \frac{\Delta\omega}{\Delta K} \right|_{M=M_0}$ e $\left| \frac{\Delta\omega}{\Delta M} \right|_{K=K_0}$ são os coeficientes de sen-

sibilidade das frequências de ressonância em relação a rigidez e a massa.

Assim, nota-se que uma variação estrutural de rigidez, por exemplo, altera o valor de Ψ_3 do sistema e ao tomar-se a variação das frequências naturais em relação as frequências para o sistema inicial (com rigidez conhecida) obter-se-á a nova rigidez, já que cada modo natural tem boa sensibilidade (grande variação de frequência com a variação de Ψ_3) para uma determinada faixa de Ψ_3 .

Para uma variação estrutural de Massa ocorreria fato similar.

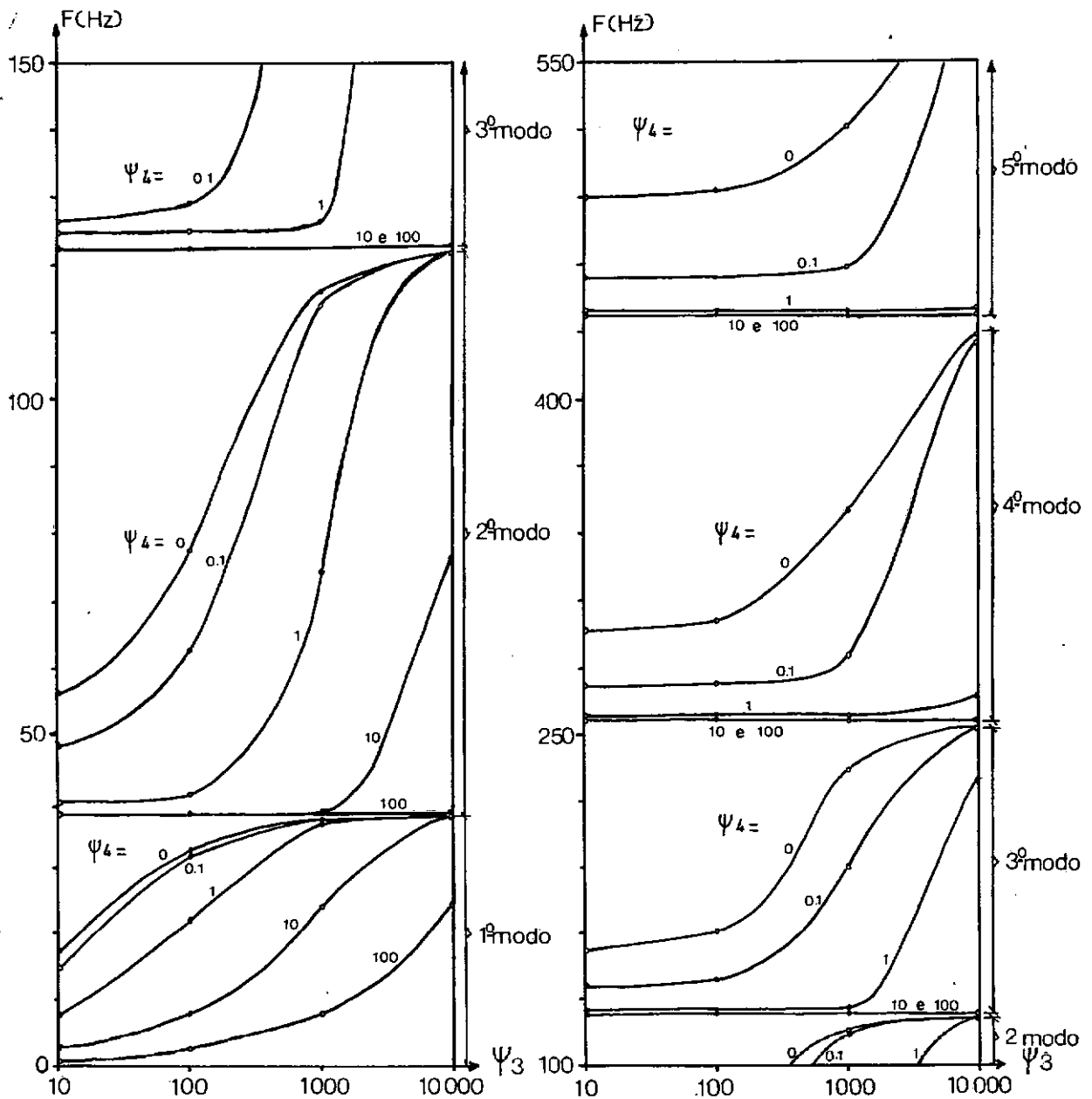


GRÁFICO II.3.3.1 - 5 primeiros modos naturais, suas variações
frequenciais com a variação de ψ_3 e ψ_4

(Dados retirados da tabela B.1, anexo B)

CAPÍTULO III

ASSINATURA DECRESCIMENTO ALEATÓRIO (RANDOMDEC)

CAPÍTULO III - ASSINATURA DECRESCIMENTO ALEATÓRIO (RANDOMDEC)

III.1 - INTRODUÇÃO

Um sistema mecânico pode ser submetido a solicitações de dois tipos:

- Autogeradas pelo seu funcionamento
- Geradas externamente.

Usando a resposta do sistema a estas solicitações, pode-se detectar prováveis falhas.

III.2 - DESCRIÇÃO DA FUNÇÃO DECRESCIMENTO ALEATÓRIO

A resposta de um sistema mecânico linear invariante no tempo, pode ser escrita como superposição de uma parte forçada e uma parte livre

$$y(t) = y_f(t) + y_\ell(t) \quad (3.2.1)$$

Conhecida esta resposta $y(t)$ utiliza-se o seguinte procedimento para obter a Assinatura Decrescimento Aleatório do sistema:

- 1º - Fixa-se um nível de seleção y_0
- 2º - A cada passagem de $y(t)$ por y_0 , uma amostra $y_n(t')$ de tamanho t'_{\max} é retirada, onde $t' = t - t_n$ é a variável independente.

3º - Retira-se N amostras, sendo metade com tangente inicial (\dot{y}_0) positiva e metade com tangente inicial (\dot{y}_0) negativa.

4º - Faz-se a média sobre estas N amostras encontrando-se assim a Função Decrescimento Aleatório

$$F_{D.A.}(t') = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N y_n(t') \quad (3.2.2)$$

Um exemplo para retirada de 4 amostras esta nas figuras III.2.1-a e III.2.1-b.

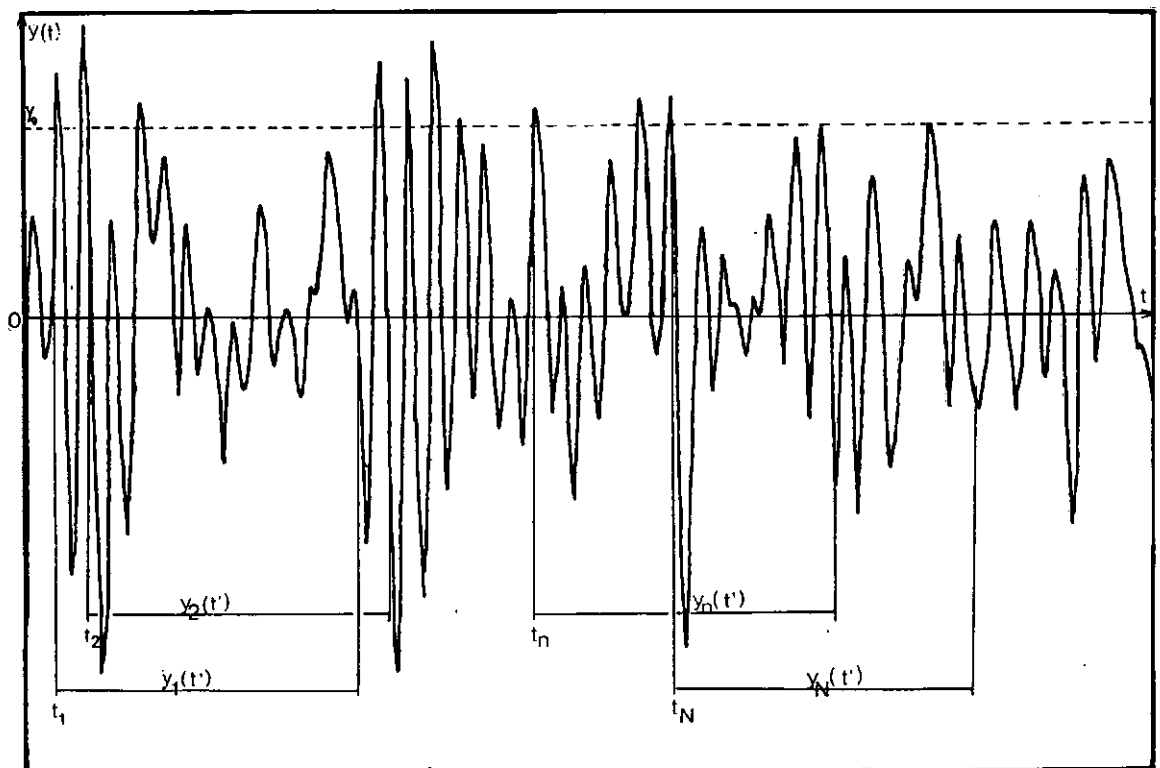


Figura III.2.1-a - Trecho da resposta do sistema à excitação externa, com fixação de nível de seleção y_0 e marcação de amostras com tangente inicial positiva e negativa

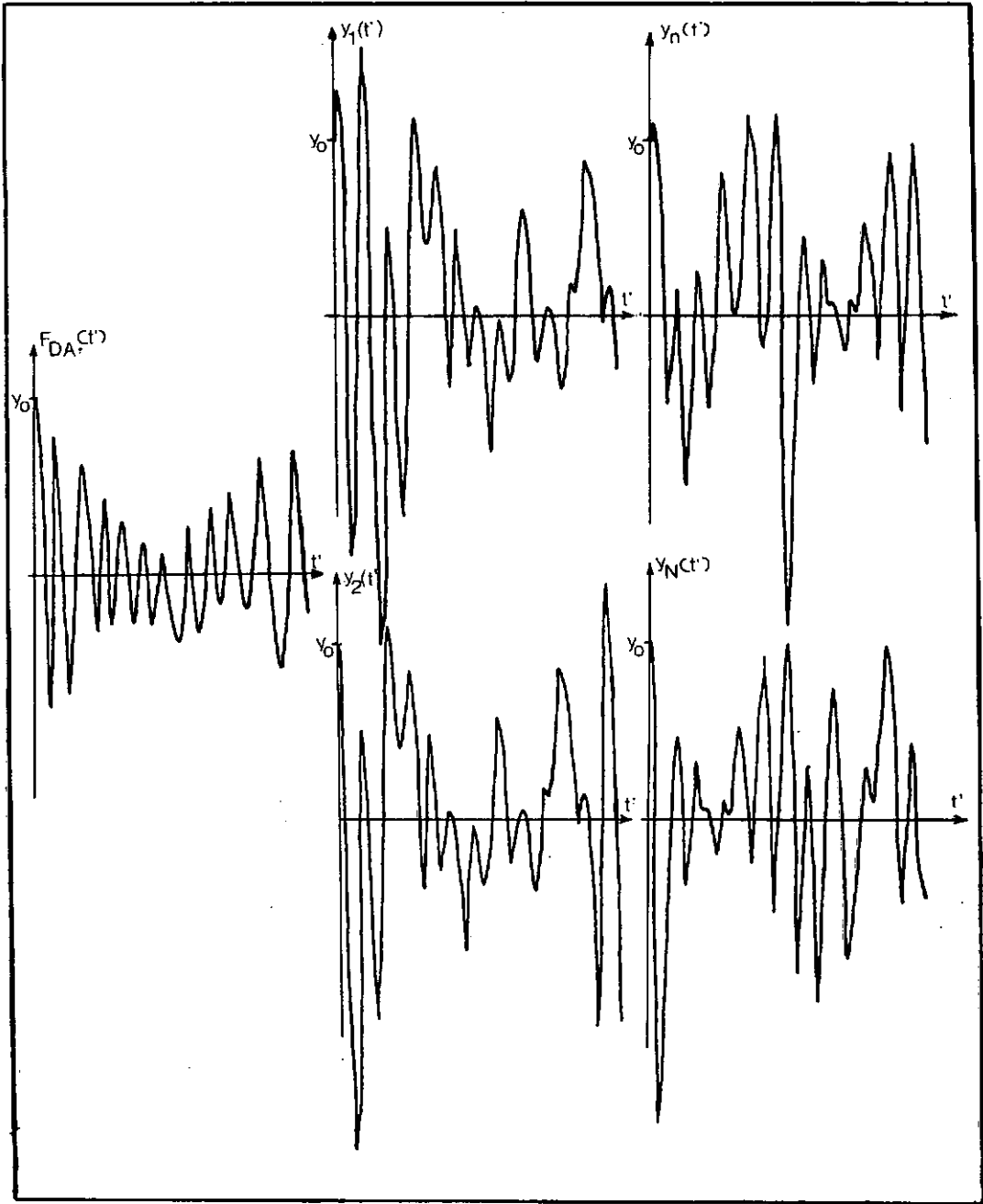


Figura III.2.1-b - 4 Amostras retiradas do trecho da figura III.2.1-a, sendo 2 com tangentes iniciais positivas e 2 com tangentes iniciais negativas. A esquerda temos a mēdia destas 4 amostras que é a função Decrescimento Aleatório.

III.3 - FUNÇÃO DECRESCIMENTO ALEATÓRIO PARA SISTEMAS COM UM GRAU DE LIBERDADE

III.3.1 - Resposta de um sistema a um grau de liberdade

Seja o sistema de equação:

$$m \frac{d^2 X}{dt^2} + c \frac{dX}{dt} + k X = f(t)$$

ou $m \ddot{X} + c \dot{X} + k X = f(t)$ (3.3.1)

onde m = massa; c = amortecimento; k = rigidez; $f(t)$ = força externa

dividindo 3.3.1 por m , tem-se

$$\ddot{X} + 2\xi\omega_0 \dot{X} + \omega_0^2 X = F(t)$$
 (3.3.2)

onde $2\xi\omega_0 = \frac{c}{m}$; $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ e $F(t) = \frac{f(t)}{m}$

sendo ξ = coeficiente de amortecimento

ω_0 = frequência radial natural não amortecida

Aplicando transformada de Laplace em 3.3.2

$$\{ s^2 \hat{X}(s) - sX(0) - \dot{X}(0) \} + 2\xi\omega_0 \{ s\hat{X}(s) - X(0) \} + \omega_0^2 \hat{X}(s) = \hat{F}(s)$$

$$\hat{X}(s) = X(0) \frac{s + 2\xi\omega_0}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2} + \dot{X}(0) \frac{1}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2} + \hat{F}(s) \frac{1}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2} \quad (3.3.3)$$

Assim tem-se:

a) Resposta a um deslocamento inicial unitário

$$\hat{F}(s) = 0 \quad ; \quad X(0) = 1 \quad ; \quad \dot{X}(0) = 0$$

logo

$$\hat{X}(s) = \frac{s + 2\xi\omega_0}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2} \quad (3.3.4)$$

b) Resposta a uma velocidade inicial unitária

$$\hat{F}(s) = 0 \quad ; \quad X(0) = 0 \quad ; \quad \dot{X}(0) = 1$$

logo

$$\hat{X}(s) = \frac{1}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2} \quad (3.3.5)$$

Achando-se a transformada inversa de Laplace de

3.3.3, tem-se

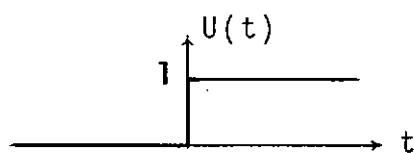
$$X(t) = X(0) R_2(t) + \dot{X}(0) R_1(t) + F(t) * R_1(t) \quad (3.3.6)$$

onde:

$$R_1(t) = U(t) \frac{e^{-\xi \omega_0 t}}{\omega_0 \sqrt{1 - \xi^2}} \operatorname{sen} (\omega_0 \sqrt{1 - \xi^2} \cdot t) \quad (3.3.7)$$

é a resposta impulsiva do sistema (transf.inversa de 3.3.5)

sendo $U(t)$ = Função degrau de Heaviside definida como:



$$e \quad R_2(t) = \frac{d}{dt} R_1(t) + 2\xi \omega_0 R_1(t) \quad (3.3.8)$$

III.3.2 - Caso de Excitação Aleatória

Da equação 3.3.6 tem-se

$$X(t) = X_0 R_2(t) + X'_0 R_1(t) + \int_0^t F(t_0) R_1(t-t_0) dt_0 \quad (3.3.9)$$

onde $X_0 = X(0) = X(t_0)$ e $X'_0 = \dot{X}(0) = \dot{X}(t_0)$

Como a Função Decrescimento Aleatório é uma média estatística das amostras obtidas a partir do ponto em que $X(t)$ passa por X_0 . Então de 3.3.9 tem-se:

$$E_c\{X(t)\} = E_c\{X_0\} R_2(t) + E_c\{X'_0\} R_1(t) + \int_0^t E_c\{F(t_0)\} R_1(t-t_0) dt_0$$

onde

$$E_c\{X(t)\} = E\{X(t)/X(0) = X_0\} = E\{X_0/X(0)\} \Rightarrow \text{Média condicional}$$

No caso da função Decrescimento Aleatório tem-se

$$E_c\{X'_0\} = 0 \quad \text{e} \quad E_c\{X_0\} = \bar{X}_0$$

Então

$$E_c\{X(t)\} = \bar{X}_0 \cdot R_2(t) + \int_0^t E_c\{F(t_0)\} \cdot R_1(t-t_0) dt_0 \quad (3.3.10)$$

A equação 3.3.10 representa a Função Decrescimento Aleatório para um sistema de um grau de liberdade. Nota-se que a equação 3.3.10 está relacionada diretamente com a resposta do sistema a um deslocamento inicial \bar{X}_0 .

Substituindo-se as equações 3.3.7 e 3.3.8 em 3.3.10 tem-se:

$$F_{D.A.} = E_c\{X(t)\} = \bar{X}_0 e^{-\xi \omega_0 t} \left\{ \left(\frac{\xi \omega_0 u(t)}{\sqrt{1-\xi^2}} \right) \text{sen}(\omega_0 \sqrt{1-\xi^2} \cdot t) + \right. \\ \left. + u(t) \cos(\omega_0 \sqrt{1-\xi^2} t) \right\} + \int_0^t E_c\{F(t_0)\} \cdot R_1(t-t_0) dt_0 \quad (3.3.11)$$

Esta decomposição da função Decrescimento Aleatório, permite fazer aparecer uma parte dependente unicamente do sistema e uma outra parte dependente das excitações.

III.4 - FUNÇÃO DECRESCIMENTO ALEATÓRIO PARA SISTEMAS CONTÍNUOS

III.4.1 - Resposta de Sistemas Contínuos

Para uma grande classe de sistemas contínuos, pode-se escrever a equação do movimento da forma:

$$L_{\underline{x}} \left[y(\underline{x}, t) \right] + C \frac{\partial}{\partial t} y(\underline{x}, t) + \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} y(\underline{x}, t) = F(\underline{x}, t) \quad (3.4.1)$$

onde:

$L_{\underline{x}}$ = operador que age sobre as variáveis espaciais

C = coeficiente de amortecimento

$y(\underline{x}, t)$ = deslocamento do sistema no ponto \underline{x} e instante t

$F(\underline{x}, t)$ = Excitação (densidade de força)

ρ = densidade do material do sistema

Da mesma forma que para um grau de liberdade utilizando a transformada de Laplace e depois a transformada inversa de Laplace, depois integrando no tempo e no domínio $\mathcal{D}_{\underline{x}_0}$ tem-se conforme referências [4] e [10] que:

$$\begin{aligned}
 y(\underline{x}, t) = & \int_D y(\underline{x}_0, 0) \left[(C + \rho \frac{\partial}{\partial t}) g(\underline{x}, \underline{x}_0, t) \right] d\underline{x}_0 \\
 & + \int_D y_t(\underline{x}_0, 0) \left[\rho g(\underline{x}, \underline{x}_0, t) \right] d\underline{x}_0 + \int_D F(\underline{x}_0, t) * g(\underline{x}, \underline{x}_0, t) d\underline{x}_0
 \end{aligned}
 \tag{3.4.2}$$

onde:

$$y_t = \frac{\partial y}{\partial t} \quad \text{e} \quad g(\underline{x}, \underline{x}_0, t) \quad \text{é uma função de}$$

Green do sistema, definida como:

$$g(\underline{x}, \underline{x}_0, t) = U(t) \sum_{i=1}^n \psi_i(\underline{x}) \psi_i(\underline{x}_0) \frac{e^{-c_i \omega_i t}}{\omega_i \sqrt{1 - c_i^2}} \sin(\omega_i \sqrt{1 - c_i^2} t)
 \tag{3.4.3}$$

onde:

$$\psi_i(x) = \text{autovetores do operador } \frac{1}{\rho} L_{\underline{x}}$$

$$\omega_i = \text{frequências de ressonância}$$

$$C_i = \text{amortecimentos modais}$$

$$U(t) = \text{Função degrau de Heaviside}$$

III.4.2 - Caso de Excitação Aleatória

Como a Função Decrescimo Aleatório é uma média estatística das amostras obtidas a partir do ponto em que $X(t)$ passa por X_0 . Então de 3.4.2 tem-se que:

$$F_{D.A} = E_c\{y(\underline{x}, t)\} = E\{y(\underline{x}, t) / y(\underline{x}, 0) = Y_0\} \Rightarrow \begin{matrix} \text{Média} \\ \text{Condicional} \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} F_{D.A} = E_c\{y(\underline{x}, t)\} &= \int_{\mathcal{D}} E_c\{y(\underline{x}_0, 0)\} \left[(C + \rho \frac{\partial}{\partial t}) g(\underline{x}, \underline{x}_0, t) \right] d\mathcal{D}(\underline{x}_0) \\ &+ \int_{\mathcal{D}} E_c\{y_t(\underline{x}_0, 0)\} \left[\rho g(\underline{x}, \underline{x}_0, t) \right] d\mathcal{D}(\underline{x}_0) \\ &+ \int_{\mathcal{D}} E_c\{F(\underline{x}_0, t) * g(\underline{x}, \underline{x}_0, t)\} d\mathcal{D}(\underline{x}_0) \end{aligned} \quad (3.4.4)$$

Como a função Decrescimento Aleatório tem seleção de nível inicial constante, logo $y(\underline{x}_0, 0) = Y_0$. Então as médias a serem calculadas são médias condicionais.

O cálculo de médias condicionais necessita a determinação de densidades de probabilidade condicional.

No caso de excitação aleatória Gaussiana, a resposta do sistema é também aleatória Gaussiana.

III.4.2.1- Densidade de Probabilidade Condicional

Sabe-se que a Densidade de probabilidade de um par de variáveis aleatórias Gaussianas é:

$$P_{X_1 X_2}(x_1, x_2) = \frac{e^{-\frac{1}{2(1-r^2)} \left\{ \frac{x_1^2}{\sigma_1^2} + \frac{x_2^2}{\sigma_2^2} - 2r_{12} \frac{x_1 x_2}{\sigma_1 \sigma_2} \right\}}}{\sigma_1 \sigma_2 2\pi \sqrt{(1-r^2)}} \quad [9] \text{ e } [10] \quad (3.4.5)$$

onde:

$$r_{12} = \frac{\Gamma_{12}}{\sigma_1 \sigma_2} \quad \text{é o coeficiente de correlação} \quad (3.4.6)$$

$$\Gamma_{12} = E\{X_1 \cdot X_2\} - E\{X_1\} \cdot E\{X_2\} \quad \text{é a Covariância} \quad (3.4.7)$$

$$\sigma_1 = \sqrt{E\{(X_1 - \bar{X}_1)^2\}} \quad \text{é o Desvio padrão de } X_1 \quad (3.4.8)$$

$$\sigma_2 = \sqrt{E\{(X_2 - \bar{X}_2)^2\}} \quad \text{é o Desvio padrão de } X_2$$

$$\text{com } \bar{X}_1 = E\{X_1\}$$

$$\bar{X}_2 = E\{X_2\}$$

como para variáveis Gaussianas centradas $\bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 0$

Logo de 3.4.7 e 3.4.8, tem-se:

$$\Gamma_{12} = E \{X_1 \cdot X_2\} \quad (3.4.9)$$

$$\sigma_1 = \sqrt{E\{X_1^2\}} \quad \text{e} \quad \sigma_2 = \sqrt{E\{X_2^2\}} \quad (3.4.10)$$

De [9] tem-se que

$$P\{X_1 \in [x_1, x_1 + dx_1], X_2 \in [x_2, x_2 + dx_2]\} = P_{X_1 X_2}(x_1, x_2) dx_1 dx_2$$

e a "Probabilidade Condicional" :

$$P\{X_1 \in [x_1, x_1 + dx_1], X_2 = x_2\} = \frac{P_{X_1 X_2}(x_1, x_2) dx_1}{\int_{-\infty}^{+\infty} P_{X_1 X_2}(x_1, x_2) dx_1} \quad (3.4.11)$$

que para duas variáveis aleatórias Gaussianas, fica:

$$P\{X_1/X_2\} \text{ ou } P_{X_1/X_2}(x_1, x_2) = \frac{e^{\left\{-\frac{1}{2(1-r^2)} \frac{\sigma_1}{\sigma_2} (x_1 - r \frac{\sigma_1}{\sigma_2} x_2)^2\right\}}}{\sigma_1 \sqrt{2\pi(1-r^2)}} \quad (3.4.12)$$

$$\text{Como a forma clássica é: } P_X(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \cdot e^{\left\{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right\}}$$

então de 3.4.12 tem-se:

$$E \{ X_1/X_2 = x_2 \} = r \frac{\sigma_1}{\sigma_2} x_2 = \text{"Média Condicional" de } X_1, \\ \text{para } X_2 = x_2 \quad (3.4.13)$$

$$V \{ X_1/X_2 = x_2 \} = \sigma_1^2 (1 - r^2) = \text{"Variância" de } X_1, \\ \text{para } X_2 = x_2 \quad (3.4.14)$$

Pode-se assim encontrar um resultado importante que é o fato de existir proporcionalidade entre a média condicional e o coeficiente de correlação (r).

Por outro lado, de 3.4.13 e 3.4.14, eliminando r , tem-se:

$$\frac{V \{ X_1/X_2 = x_2 \}}{\sigma_1^2} = 1 - \left[\frac{E \{ X_1/X_2 = x_2 \}}{x_2} \right] \left(\frac{\sigma^2}{\sigma_1} \right)^2$$

Isto mostra que a variância é mínima para os valores máximos da média condicional, o que indica a maior repetibilidade dos picos da função Decrescimento Aleatório.

Sendo $X_1 = X(t_1)$ e $X_2 = X(t_2)$ tem-se da equação 3.4.13.

$$E \{ X(t_1)/X(t_2) = x_2 \} = r(t_1, t_2) \cdot \frac{\sigma(t_1)}{\sigma(t_2)} x_2$$

No caso de Estacionalidade $\sigma(t_1) = \sigma(t_2)$

então

$$E \{ X(t_1)/X(t_2) = x_2 \} = r(t_1, t_2) \cdot x_2$$

Pode-se assim, medir o coeficiente de correlação(r) entre dois instantes (t_1 e t_2) num mesmo ponto do sistema através de médias condicionais, isto para o caso de excitação Gaussiana estacionária.

III.4.3- Função Decrescimento Aleatório (Randomdec)

Substituindo 3.4.13 em 3.4.4 tem-se:

$$F_{D.A.} = E_c \{ y(\underline{x}, t) \} = \int_{\mathcal{D}} r_{yy}(t_0, t) y(\underline{x}_0, 0) \frac{\sigma_y(t)}{\sigma_y(t_0)} \left[(C + \rho \frac{\partial}{\partial t}) g(\underline{x}, \underline{x}_0, t) \right] d\mathcal{D}(\underline{x}_0) \\ + \int_{\mathcal{D}} r_{yy}(t_0, t) y(\underline{x}_0, 0) \frac{\sigma_y(t)}{\sigma_y(t_0)} \left[\rho g(\underline{x}, \underline{x}_0, t) \right] d\mathcal{D}(\underline{x}_0) \quad (3.4.15) \\ + \int_{\mathcal{D}} E_c \{ F(\underline{x}_0, t) * g(\underline{x}, \underline{x}_0, t) \} d\mathcal{D}(\underline{x}_0)$$

A equação 3.4.15 é a função Decrescimento Aleatório no ponto x do sistema para o instante t , visto que:

$r_{yy}(t_0, t)$ é o coeficiente de Correlação entre os deslocamentos y do ponto \underline{x} do sistema, entre os instantes t_0 e t .

$\dot{r}_{yy}(t_0, t)$ é o "coeficiente de correlação" entre as velocidades \dot{y} e os deslocamentos y do ponto \underline{x} do sistema, entre os instantes t_0 e t respectivamente.

$\sigma_y(t)$ e $\sigma_y(t_0)$ são os "desvios Padrões" dos deslocamentos y do ponto \underline{x} do sistema nos instantes t e t_0 respectivamente.

III.5 - CONSIDERAÇÕES SOBRE PARÂMETROS DA FUNÇÃO DECRESCIMENTO ALEATÓRIO

Para o caso em estudo no Capítulo II, que é o sistema viga engastada com massa e mola na extremidade livre, tem-se que os autovetores $\Psi_i(\underline{x})$ e $\Psi_i(\underline{x}_0)$ da equação 3.4.3 (Função de Green) são dados pela equação 2.2.17 e as frequências de ressonância ω_i dadas pela equação 2.2.16 multiplicada por 2π .

Sabe-se que com o aparecimento de uma falha no sistema, haverá mudança pequena das frequências naturais ω_i e dos amortecimentos modais C_i , além dos autovetores $\Psi_i(\underline{x})$ e $\Psi_i(\underline{x}_0)$ que irão todos provocar uma variação maior na função de Green 3.4.3, já que esta, funciona como um somatório de efeitos em ca-

da modo natural, e desta forma variar sensivelmente a forma da Assinatura Decrescimento Aleatório (eq. 3.4.15).

Outros parâmetros da eq. 3.4.15 que são sensíveis ao aparecimento de falhas são: $r_{yy}(t_0, t)$, $r_{y\dot{y}}(t_0, t)$, $\sigma_y(t)$ e $\sigma_y(t_0)$.

Nota-se também através da equação 3.4.15 que a função Decrescimento Aleatório varia linearmente com $y(x_0, 0)$ (Nível de seleção escolhido) e com o uso de $y(x_0, 0)$ negativo irá se inverter a Assinatura Decrescimento Aleatório em relação a de nível $y(x_0, 0)$ positivo.

Tomando-se os tempos anteriores a t_0 , desprezando-se a função Degrau de Heaviside em 3.4.3 e achando-se os valores da Assinatura Decrescimento Aleatório (equação 3.4.15), irá se comprovar a simetria desta em relação ao eixo das amplitudes ($E_c\{y(x, t)\}$).

Finalmente, tendo em vista o fato de que a variância é mínima para os valores máximos da média condicional, pode-se então escolher a variação dos picos da Assinatura Decrescimento Aleatório como parâmetro de detecção de falhas.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS EXPERIMENTAIS

CAPÍTULO IV - RESULTADOS EXPERIMENTAIS

IV.1 - INTRODUÇÃO

Um dos objetivos deste trabalho é de se verificar a aplicabilidade da Assinatura Decrescimento Aleatório no controle do estado da estrutura, em particular controlar o aparecimento de falhas. Por isto procurou-se obter resultados confiáveis, repetitivos e em particular minimizar os erros devido a variações na montagem. Como exemplo pode-se citar o fato de que, para a primeira viga usando faixa de frequências mais baixas, usou-se o acelerômetro apenas fixado com cêra à viga, mas à medida que foram usadas faixas de frequências mais altas (2.^a e 3.^a vigas) foi necessário o aperfeiçoamento da fixação do acelerômetro (Grampo de pressão e parafusos) já que a repetibilidade da Assinatura Decrescimento Aleatório ao monta-desmonta nestas faixas de frequências mais altas tem maior sensibilidade a pequenas variações de posição do acelerômetro. Estudou-se várias faixas de frequência para se verificar em que faixa a Assinatura Decrescimento Aleatório teria mais sensibilidade a pequenas falhas.

Estudou-se também experimentalmente a variação da Assinatura Decrescimento Aleatório para vários níveis de seleção e para vários números de amostras. Determinou-se um nível de seleção ótimo (maior repetibilidade) para o número de amostras máximo do Analisador Espectral e do Osciloscópio Digital com memória que é de 256. Este nível de seleção ótimo é tal que a variação da assinatura à repetibilidade tem ordem de grandeza bem menor que a variação da Assinatura à pequenas falhas ($4\% A_T$, onde

A_T é a área transversal da viga).

Tomou-se finalmente Assinaturas Decrescimento Aleatório para vários pontos do sistema e para várias falhas, com o intuito de sentir a variação e progressão da Assinatura com a falha e estudar a região de influência da falha sobre a Assinatura com a ajuda da posição do acelerômetro.

Como curiosidade, estudou-se a variação das Assinaturas com adição de pequenas massas.

IV.2 - MONTAGEM EXPERIMENTAL

IV.2.1 - Montagem Mecânica

Na montagem mecânica procurou-se reproduzir as condições de contorno teóricas levadas em consideração no Capítulo II. Assim para que se pudesse ter a condição de contorno "Engastada" foi necessário prender uma extremidade da viga a um bloco de concreto, como se vê na foto da figura IV.2.1, enquanto que para que se tivesse a outra condição de contorno, "Massa e Mola", sem contudo limitar os movimentos de rotação e translação longitudinal, o elo de ligação da massa do excitador com a viga teve sua construção e montagem como mostra a foto da figura IV.2.2.

A posição do acelerômetro e sua fixação que deu maior precisão de repetibilidade ao monta-desmonta, foi através de pequenos parafusos colados a barra como mostra a figura IV.2.3.

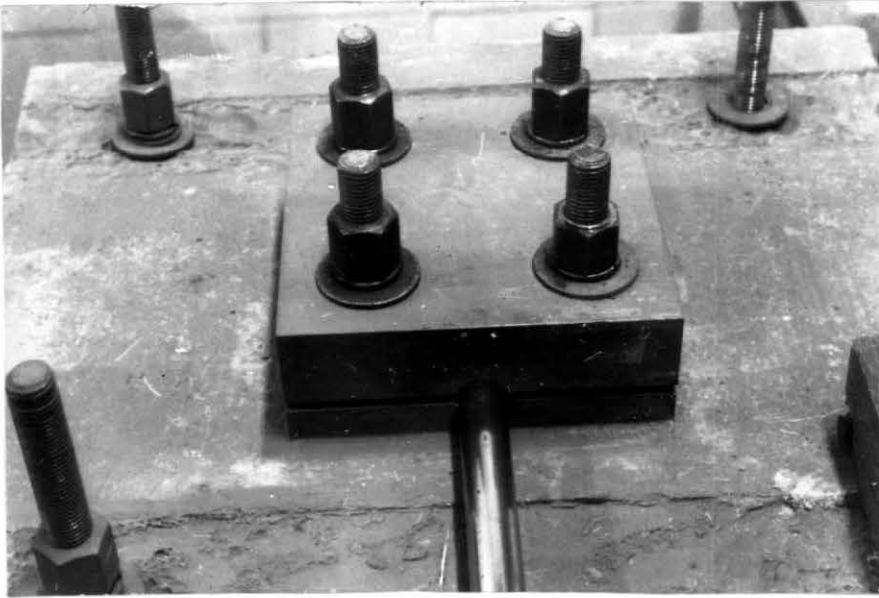


FIGURA IV.2.1 - Detalhe do Engastamento da Viga

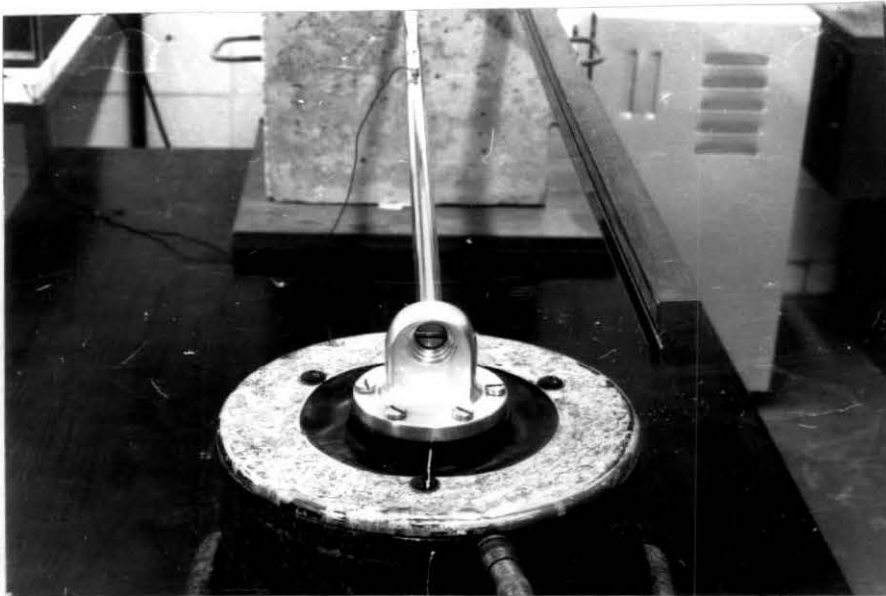


FIGURA IV.2.2 - Detalhe da extremidade onde hã o excitador com massa e mola

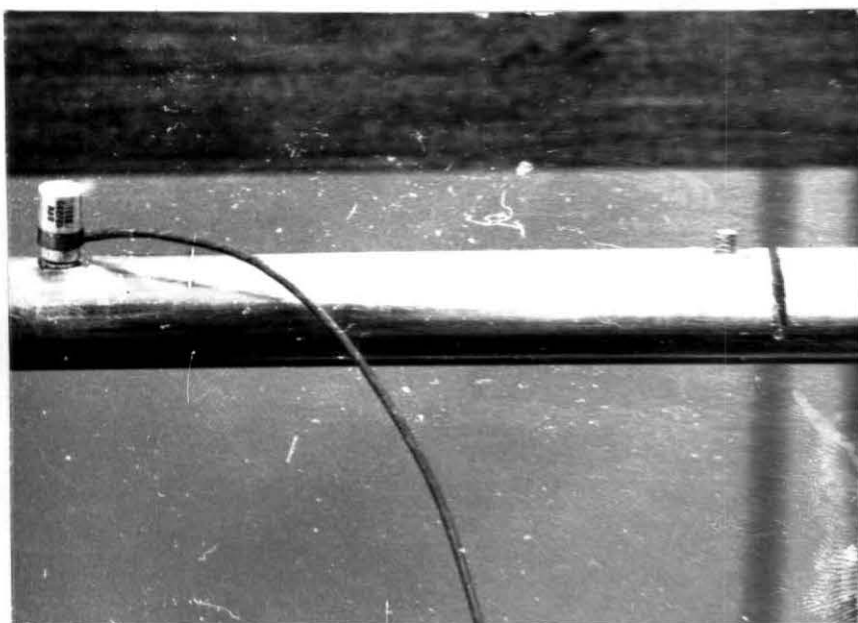


FIGURA IV.2.3 - Detalhe da Falha e fixação do Acelerômetro por pequenos parafusos

Optou-se por uma falha a 527 mm do engastamento, feita com serra de 0.6 mm que resultou em falha aberta (ver foto da figura IV.2.3), pois as falhas do tipo que ocorrem em trincas podem ter efeitos de não linearidade pela sua assimetria e são muito mais difíceis de se fazer progredir controladamente, enquanto que a feita com serra é de fácil medida.

Tomou-se Assinaturas Decrescimento Aleatório para falhas de 4, 8, 16, 32 e 64% da área transversal da viga.

IV.2.2 - Instrumentação

Excitou-se o sistema viga engastada com massa e mola na extremidade livre, através de Ruído Branco de 0 a 20 KHz (Ruído Gaussiano) gerado pelo "Noise Generator" Type 1405 da

Brueel and Kjaer (B & K) (Figura IV.2.5) que é amplificado no "Power Amplifier" Model 2250 MB (Figura IV.2.6) e é levado ao excitador MB 100 (Figura IV.2.2).

Através do acelerômetro modelo 8307 B & K (Figura IV.2.3) escolhido devido a sua pequenissima massa e sua grande faixa de resposta em frequência (0 a 25 KHZ), além de suas boas sensibilidade de voltagem ($0,216 \text{ mv/ms}^{-2}$) e sensibilidade de carga (0.082 pc/ms^{-2}), obteu-se um sinal que pré-amplificado no "Vibration Meter" B & K Type 2511 (Figura IV.2.6), filtrado no filtro passa-faixa "Krohn Hite" Model 3202 (Figura IV.2.5) e analisado no "Spectrum Analyzer" HP 3582 A (Figura IV.2.7) e/ou no "Digital Storage Oscilloscope Tektronix", Model 468 (Figura IV.2.8) deu a Assinatura Decrescimento Aleatório.

Utilizou-se o "Spectrum Analyser" e/ou o "Digital Storage Oscilloscope Tektronix" pois sendo possível obter as Assinaturas Decrescimento Aleatório teve-se a vantagem de obter-se estas com grande rapidez ao contrário do que ocorreria com o uso de gravação do sinal do acelerômetro e posterior digitalização e análise em computador. Foi possível obter as Assinaturas Decrescimento Aleatório nestes dois aparelhos pois o sinal proveniente do acelerômetro é digitalizado e guardado em memória, em amostras inicializadas por um trigger interno que observa a polaridade e o nível, e que darão uma média (A média destas amostras sob condições especiais do trigger constitue o "RANDOMDEC").

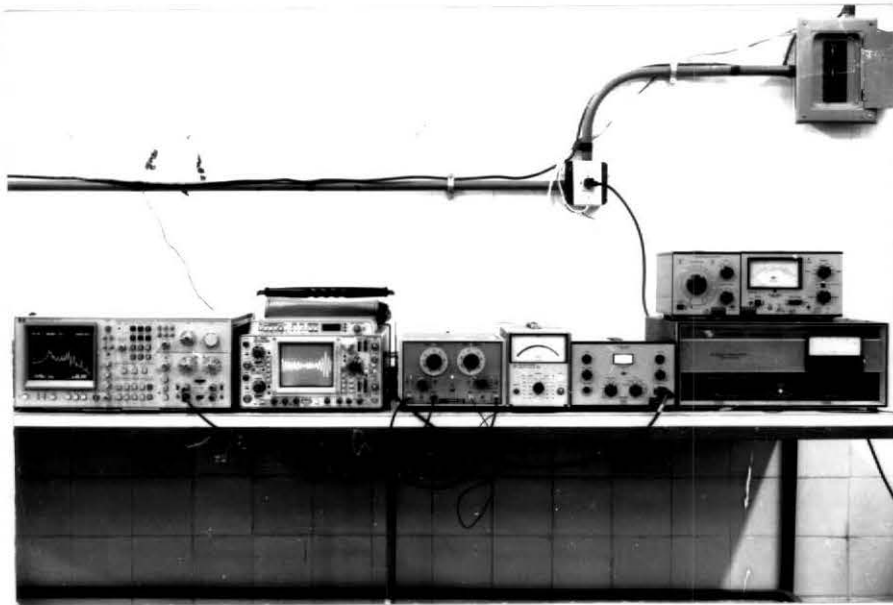


FIGURA IV.2.4 - Vista geral da Bancada Instrumental

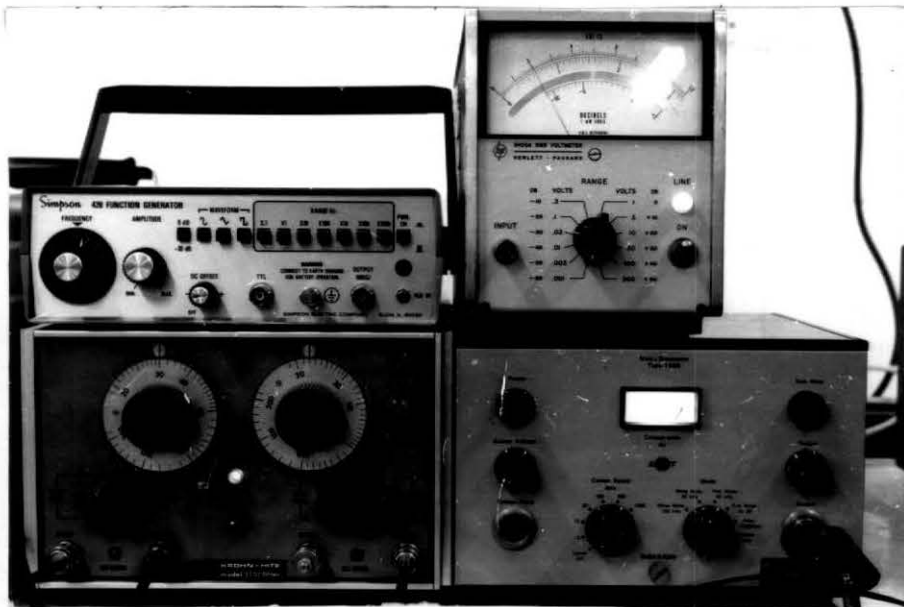


FIGURA IV.2.5 - Filtro Passa Banda à esquerda inferior. Gerador de Ruído Branco à direita inferior. Gerador Senoidal à esquerda superior. Voltímetro à direita superior.

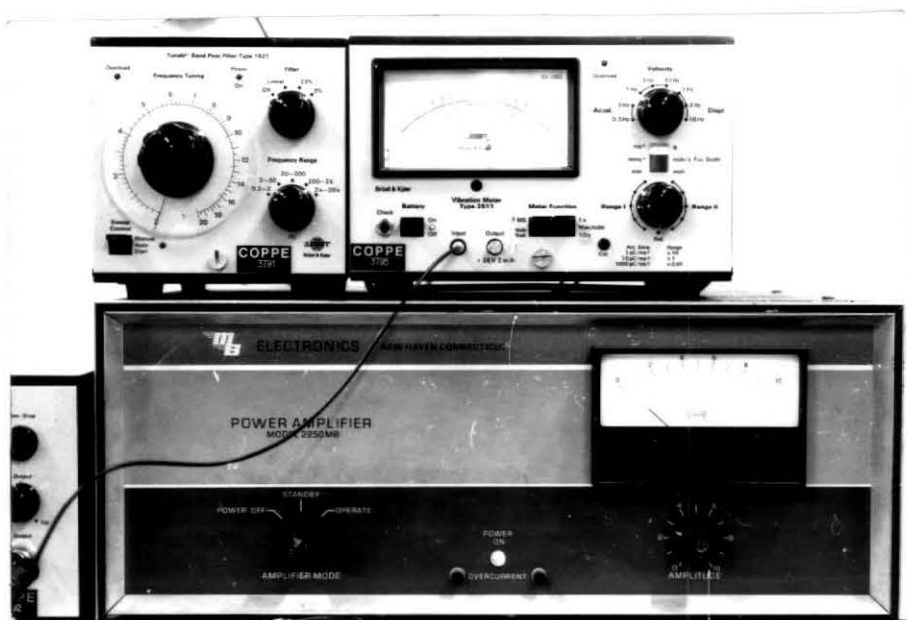


FIGURA IV.2.6 - Prê-amplificador do sinal do acelerômetro, acima. Amplificador do sinal do Gerador de R.B., abaixo

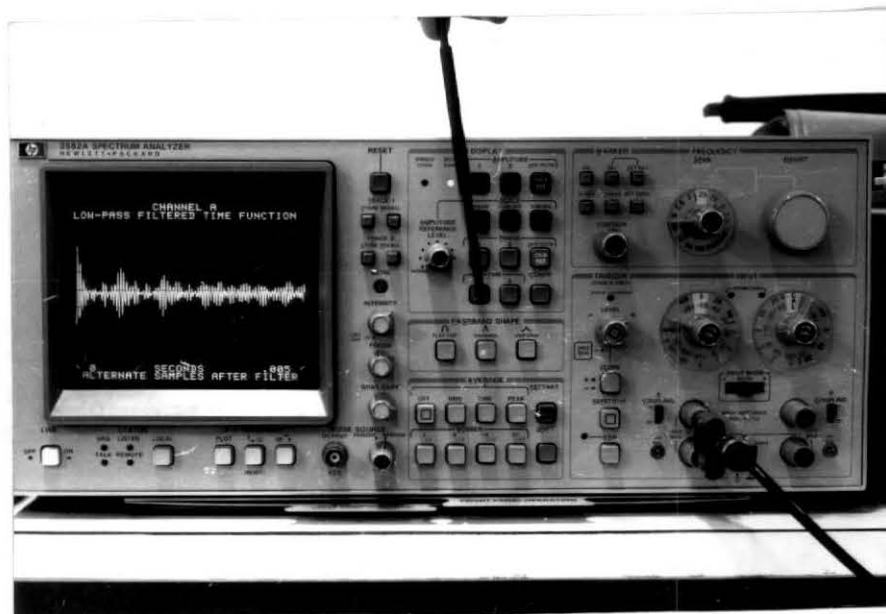


FIGURA IV.2.7 - Analisador Espectral

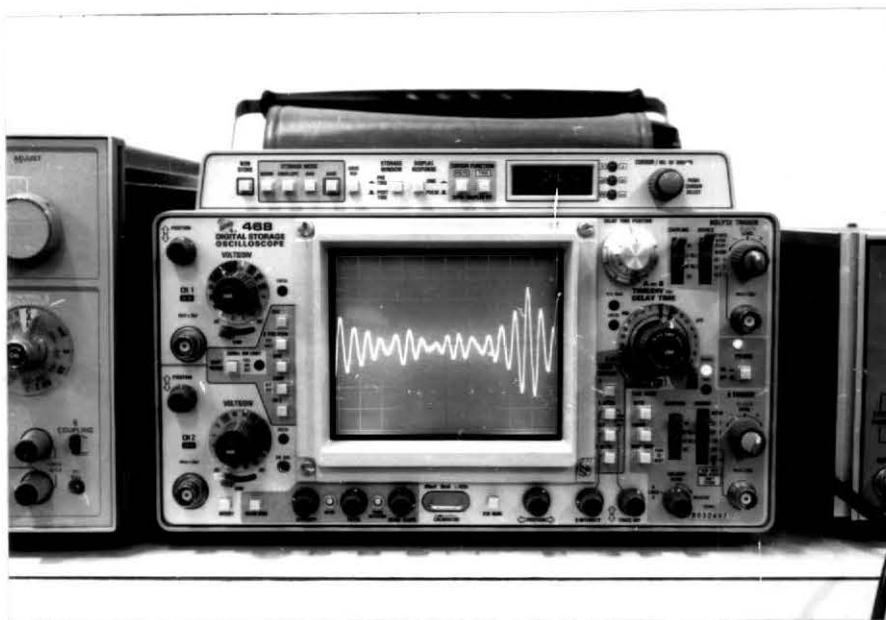


FIGURA IV.2.8 - Osciloscópio Digital com memória

Na figura IV.2.9 mostra-se o esquema da montagem instrumental.

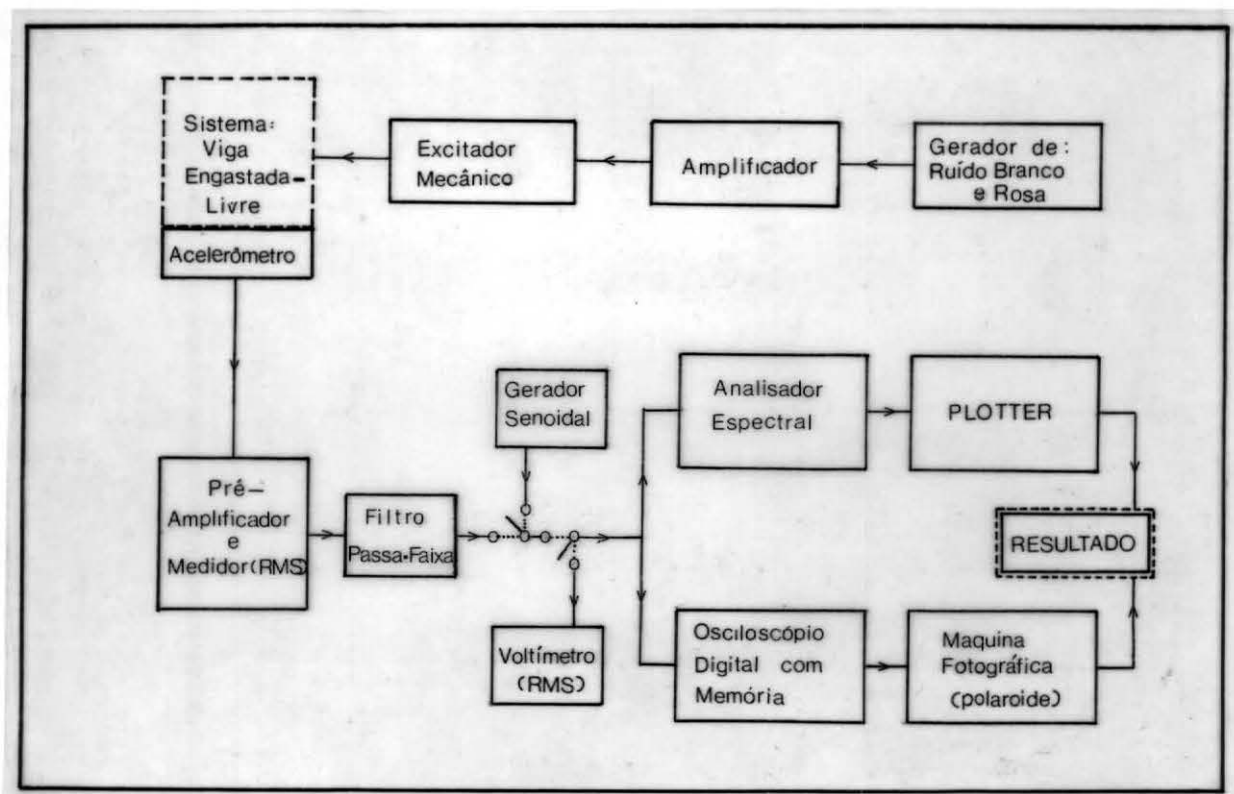


FIGURA IV.2.9 - Esquema de Montagem

CALIBRAÇÃO DOS INSTRUMENTOS:

- 19) Ajustando-se o gerador de Ruído Branco e o Amplificador para dar uma média quadrática no sistema, de modo que este ajuste seja sempre obtido para um $RMS=800$ mV do sinal do acelerômetro (pré-amplificado) medido no pré-amplificador/Medidor, sem uso de filtro.
- 20) Selecionando-se uma faixa de frequências no filtro (passa-banda) volta-se a ajustar a potência do amplificador do excitador, de modo que o RMS do sinal do acelerômetro após o pré-amplificador (para filtro 22-30 KHz não utilizou-se o pré-amplificador pois este tem uma frequência de corte da ordem de 15 KHz) e após o filtro (curvas dos filtros na figura IV.2.10) seja igualmente 800 mV (para o caso de não se usar o pré-amplificador \rightarrow filtro 22-30 KHz \rightarrow $RMS = 0.8$ mV).

Com estes 2 primeiros passos pode-se garantir que o sinal que se irá ter após o filtro terá sempre o mesmo RMS (800 mV, menos para filtro 22-30 KHz que não tem pré-amplificador e tem $RMS=0.8$ mV) para os diversos filtros passa-banda, posições do acelerômetro, tamanho da falha e outros fatores de variações que se escolher. A precisão destes sinais é de $\pm 2\%$ devido a precisão do medidor Vibration Meter B & K type 2511.

- 30) Na calibração do nível de disparo do "trigger" (y_0) escolhido procede-se da seguinte forma: Usando-se o gerador senoidal numa frequência contida na faixa de frequência

em estudo, regula-se a amplitude deste sinal para que a voltagem pico a pico (V_{pp}) seja igual a 2 vezes o nível y_0 escolhido. Então este sinal senoidal é usado para calibrar o nível do trigger do Analisador Espectral e do Osciloscópio digital.

- 49) No Osciloscópio Digital ou Analisador Espectral escolhe-se ainda o nº de amostras no tempo a serem feitas (no máximo 256, por imposição dos aparelhos) e o tamanho (tempo) das amostras (mínimo de 5 ms no Analisador Espectral e mínimo de 0,2 μ s no Osciloscópio Digital também por imposição dos aparelhos). Justamente devido a este tamanho mínimo de amostra do Analisador Espectral (5 ms) é que foi necessário o uso do Osciloscópio Digital para de terminar as Assinaturas para faixas de frequências mais altas (amostras de 1 ms).

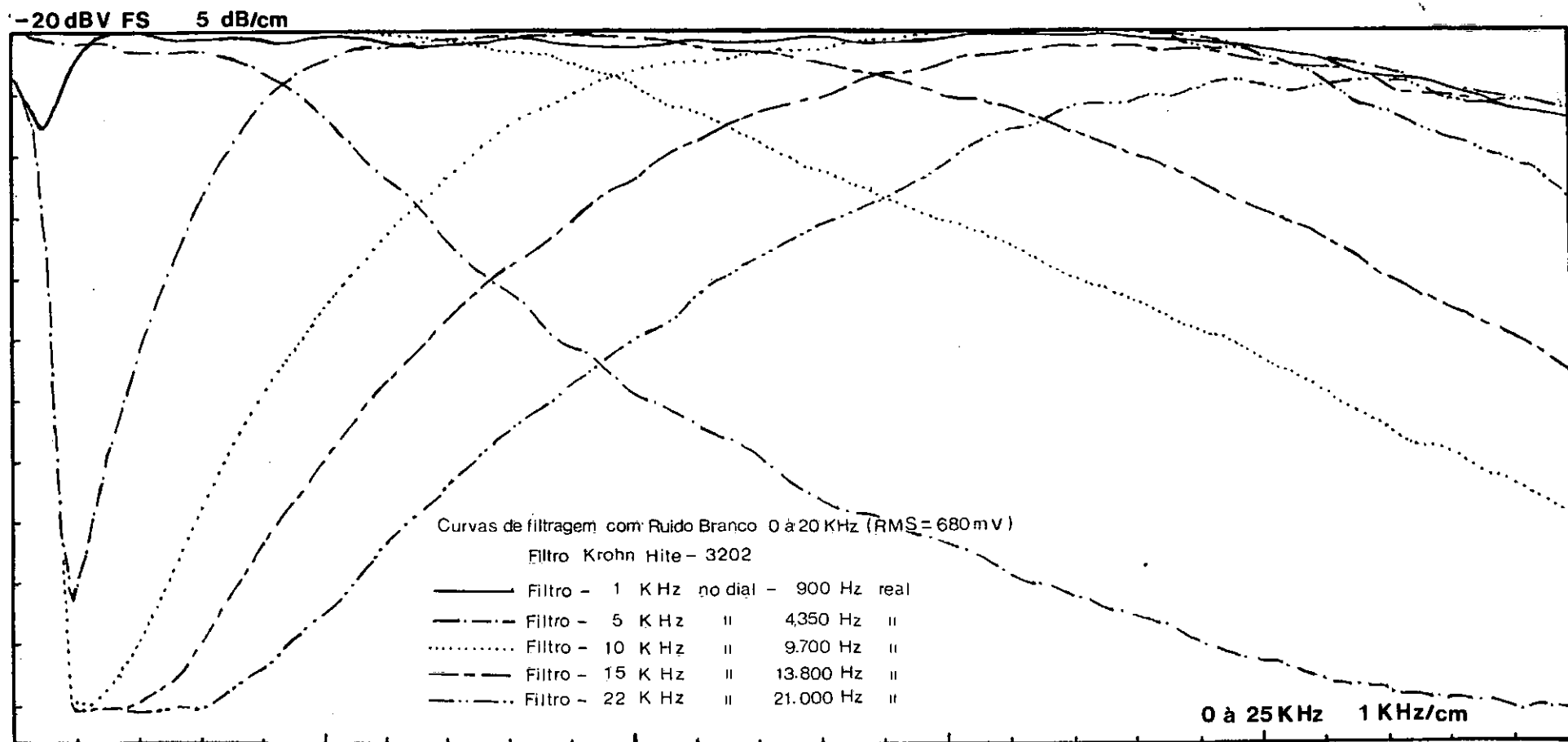


FIGURA IV.2.10

IV.3 - RESULTADOS

Apresentar-se-ã os resultados numa ordem cronolôgica, para que seja mais fácil entender certas decisões e conclusões.

IV.3.1 - Nível de Seleção, NQ e tamanho das Amostras

Inicialmente procurou-se determinar certos parâmetros fundamentais ou importantes da Assinatura Decrescimento Aleatório como o nível de seleção, número de amostras e tamanho das amostras.

Procurou-se estudar a relação da variação relativa da Assinatura Decrescimento Aleatório com a variação destes parâmetros, independentemente uns dos outros.

O primeiro estudo, como se vê nas figuras IV.3.1 a IV.3.4, foi das variações relativas da Assinatura Decrescimento Aleatório quanto ao nível de seleção y_0 para um número de amostras máximo de 256 do Analisador Espectral, e chegou-se a conclusão de que quanto maior o nível de seleção menor será a variação relativa da Assinatura Decrescimento Aleatório para este número fixo de amostras tomadas, mas que maior é o tempo de espera médio entre duas amostras consecutivas tomadas. Assim montou-se o gráfico da figura IV.3.5 que dá as curvas da variação relativa máxima da Assinatura Decrescimento Aleatório e do tempo de espera médio por amostra, para cada nível escolhido. Os níveis são função do RMS do Acelerômetro após o filtro (RMS=800 mV), ou

seja 1, 2, 3 e 4 RMS.

Considerou-se a variação relativa máxima de cada nível, como a variação máxima de 5 Assinaturas Decrescimento Aleatório nas mesmas condições (fig. IV.3.1 à IV.3.4), relativas ao nível usado (1, 2, 3 e 4 RMS sendo $RMS = 800 \text{ mV}$).

Nas figuras IV.3.1 à IV.3.4 tem-se as Assinaturas Decrescimento Aleatória para Viga 1 sem falha, Filtro 1 à 10 KHz (Passa Banda), nº de amostras igual à 256 com níveis de 1, 2, 3 e 4 RMS respectivamente, e acelerômetro a 532 mm do engastamento.

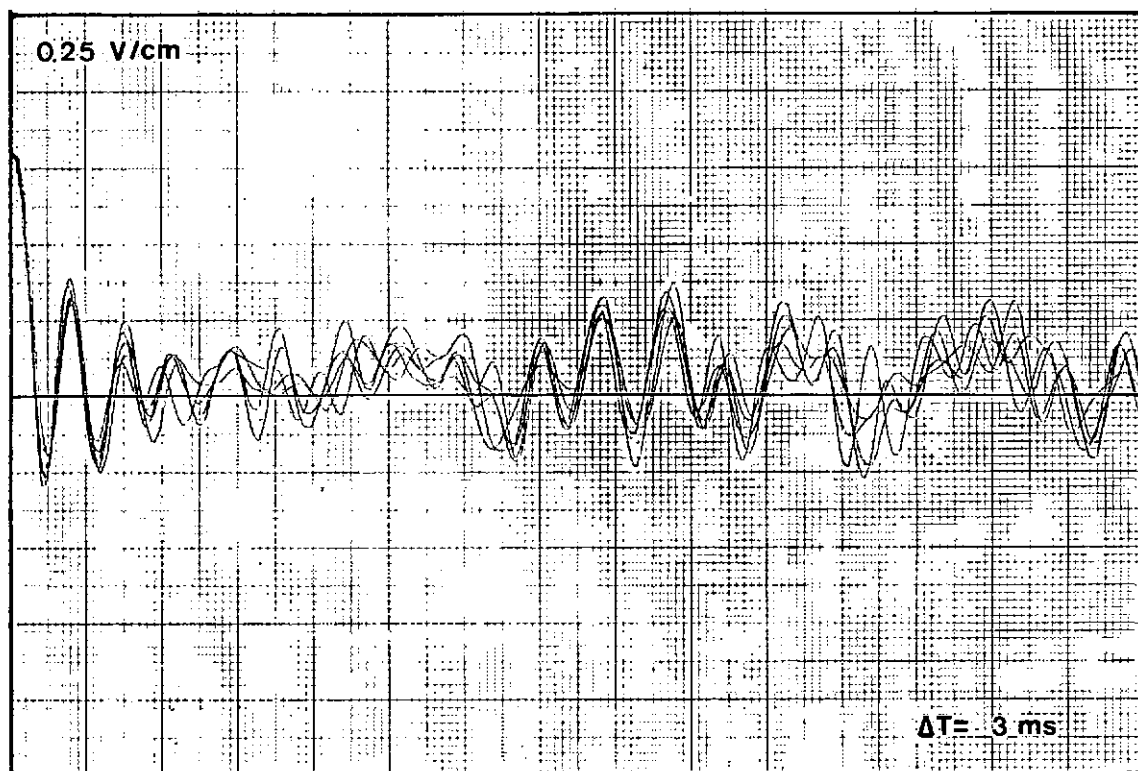
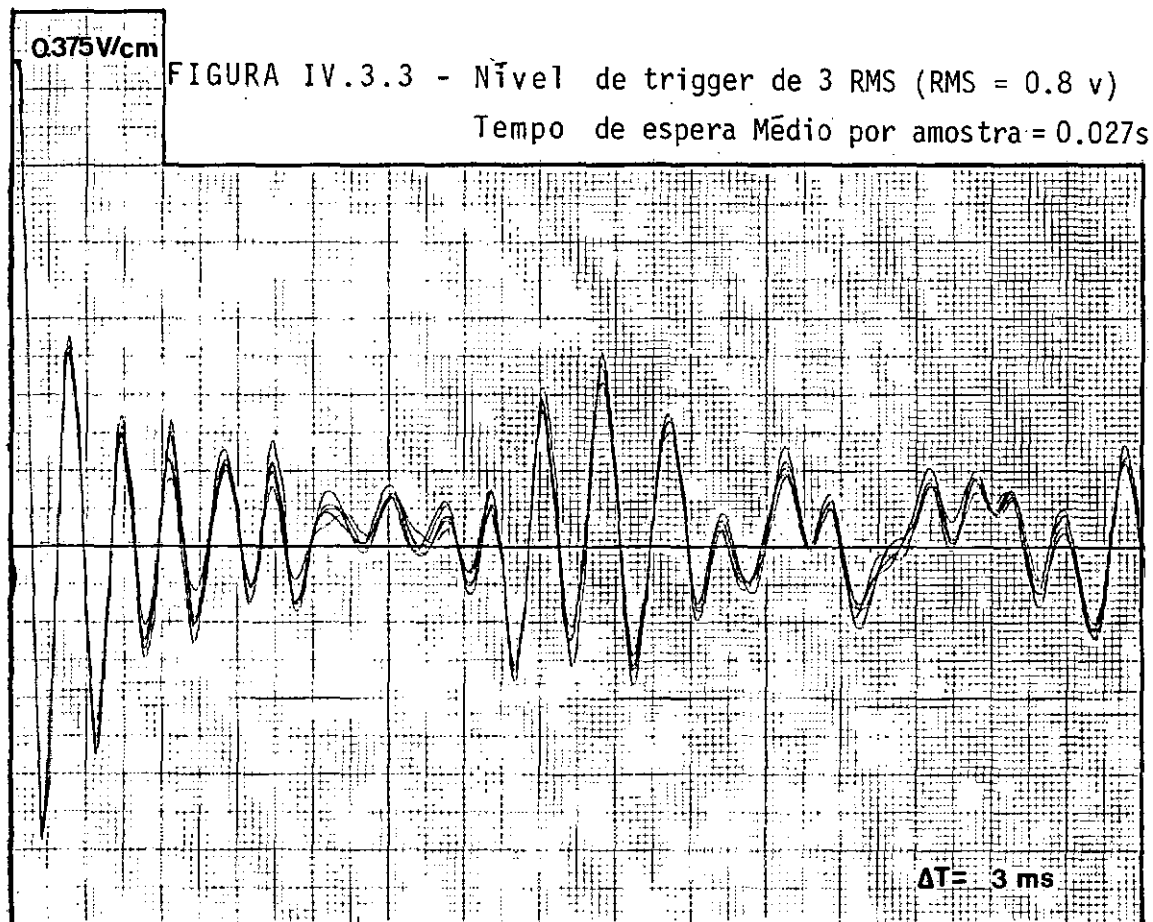
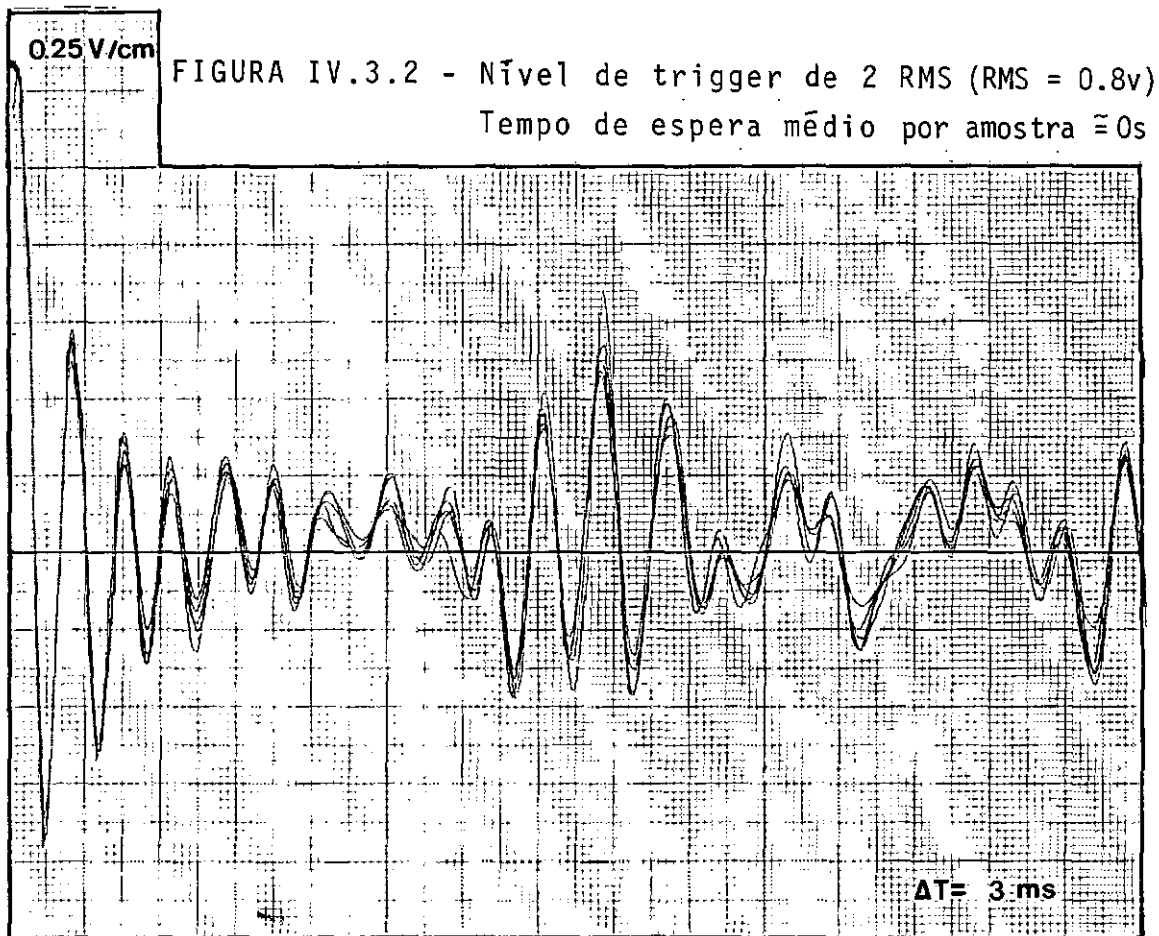


FIGURA IV.3.1 - Nível do trigger de 1 RMS ($RMS=0.8 \text{ v}$)

Tempo de espera médio por amostra $\approx 0 \text{ s}$.



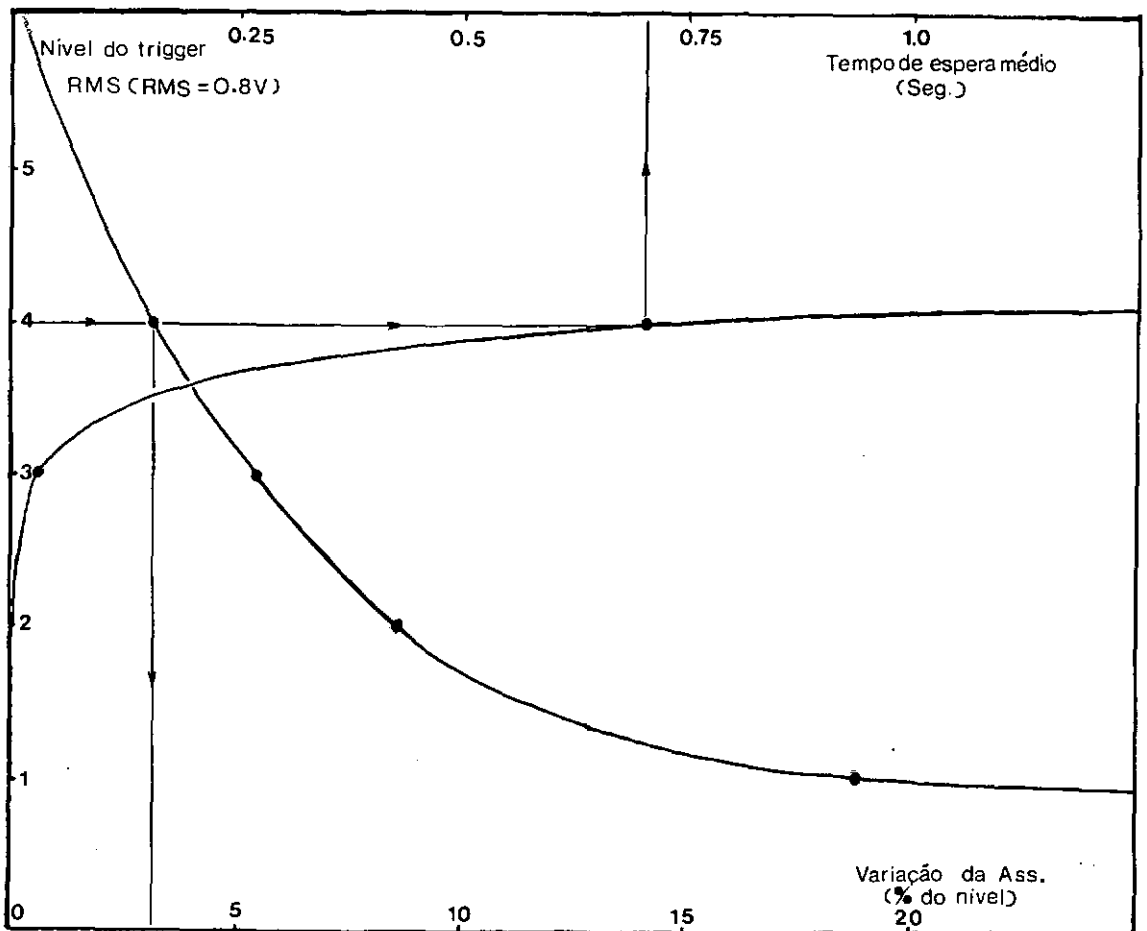
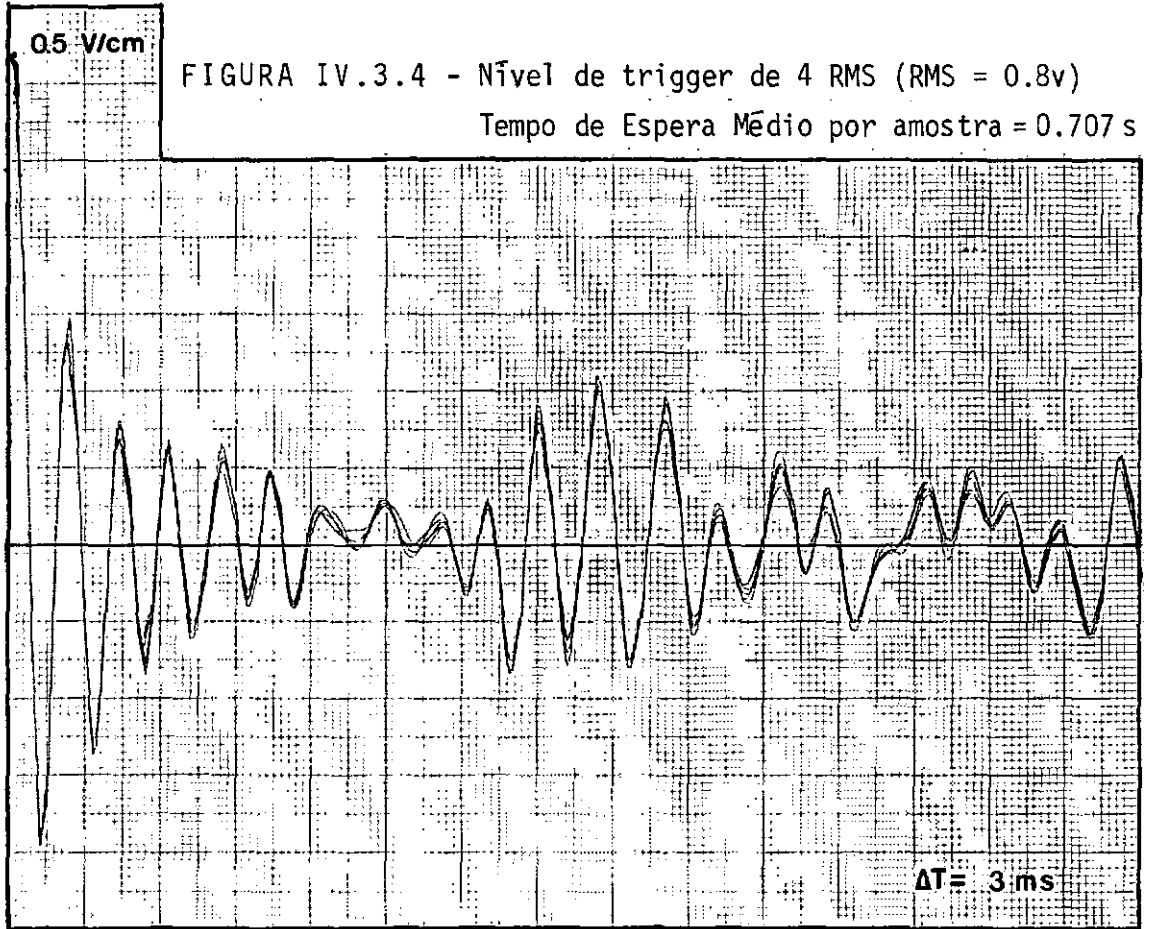


FIGURA IV.3.5 - Variação da Assin. Dec. Aleatório com o Nível e Tempo de espera médio por amostra

Deste modo, através das curvas da figura IV.3.5 obtem-se para um nível de 4 RMS uma variação máxima, suficientemente pequena (3,2%) com um tempo de espera não muito grande (707 ms). Para melhorar apenas um pouco esta variação, por exemplo para 2%, ter-se-ia que usar um nível $y_0 = 4,6$ RMS e o tempo de espera médio seria muito maior (aproximadamente 10 segundos). Assim optou-se por um nível $y_0 = 4$ RMS.

O segundo parâmetro a ser especificado seria o número de amostras, mas como os aparelhos através dos quais esta se obtendo as Assinaturas Decrescimento Aleatório tem um limite máximo de 256 amostras, usar-se-á esta capacidade máxima. Como exemplo mostra-se a variação de 5 Assinaturas Decrescimento Aleatório para cada número de amostras tomadas (32, 64, 128), comparadas a Assinatura Decrescimento Aleatório com 256 amostras (figuras IV.3.6, IV.3.7 e IV.3.8), tomadas da viga 1, sem falha, com filtro 1 a 10 KHz e nível $y_0 = 4$ RMS, com acelerômetro a 532 mm do engastamento da viga.

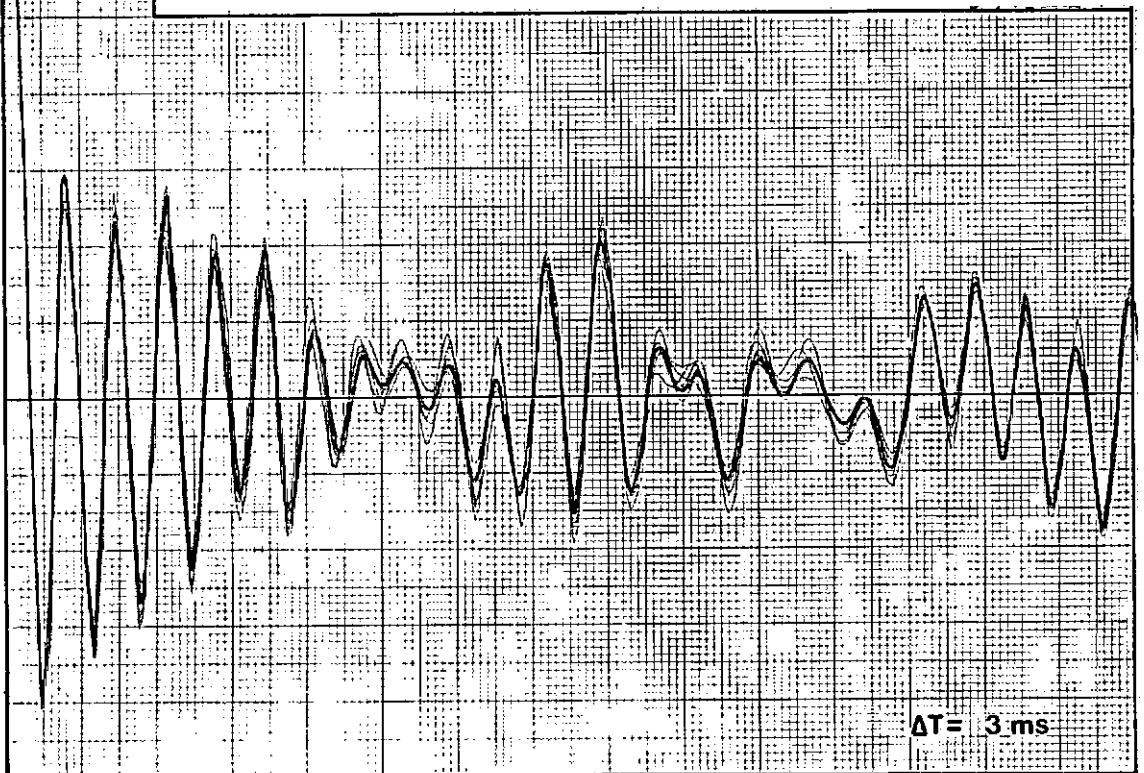
0.5 V/cm

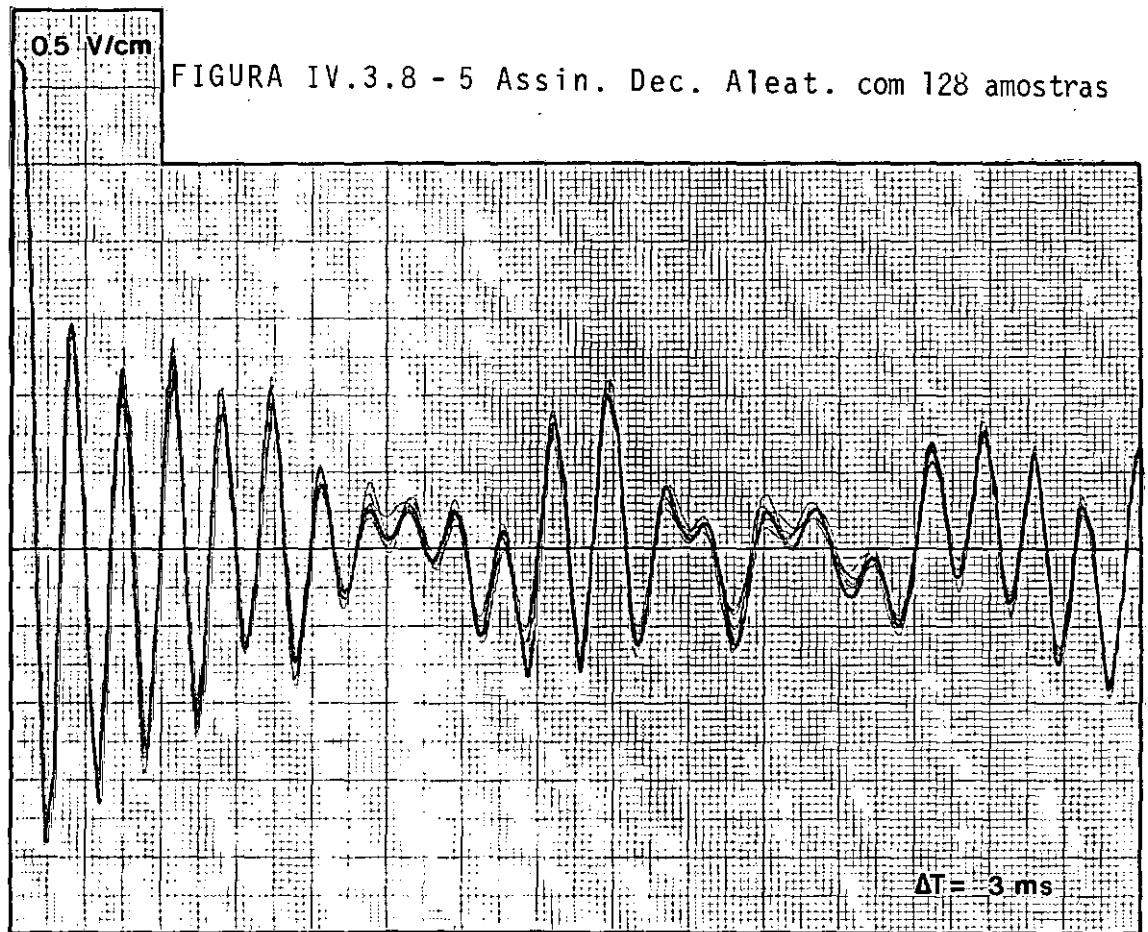
FIGURA IV.3.6 - 5 Assin. Dec. Aleat. com 32 amostras



0.5 V/cm

FIGURA IV.3.7 - 5 Assin. Dec. Aleat. com 64 amostras





Finalmente, o tamanho das amostras (que vai ser o tamanho da própria Assinatura Decrescimento Aleatório) deve ser tal que se tenha: em torno de 10 ciclos da frequência predominante na faixa considerada, e no mínimo 2 a 3 ciclos da menor frequência da faixa considerada (referência [1], [5]). Por exemplo, na faixa de 1 a 10 KHz deve-se ter no mínimo o tamanho das amostras de 2 a 3 ms.

IV.3.2 - Assinaturas Decrescimento Aleatório

Inicialmente mostra-se a repetibilidade da Assinatura Decrescimento Aleatório ao monta desmonta do acelerômetro e neste campo teve-se que aperfeiçoar a fixação do acelerômetro, já que para faixas de frequências mais altas, a variação da Assinatura Decrescimento Aleatório ao monta desmonta era cada vez maior. Assim tem-se a variação da Assinatura Decrescimento Aleatório ao monta-desmonta do acelerômetro para faixas de frequências diferentes e fixações diferentes, como mostram as figuras IV.3.9.. a) b) e c). Nas figuras IV.3.10 a) b) e c) tem-se a variação de 5 Assinaturas Decrescimento Aleatório nas mesmas condições sem desmontar, para faixas de frequências diferentes e fixações do acelerômetro diferentes.

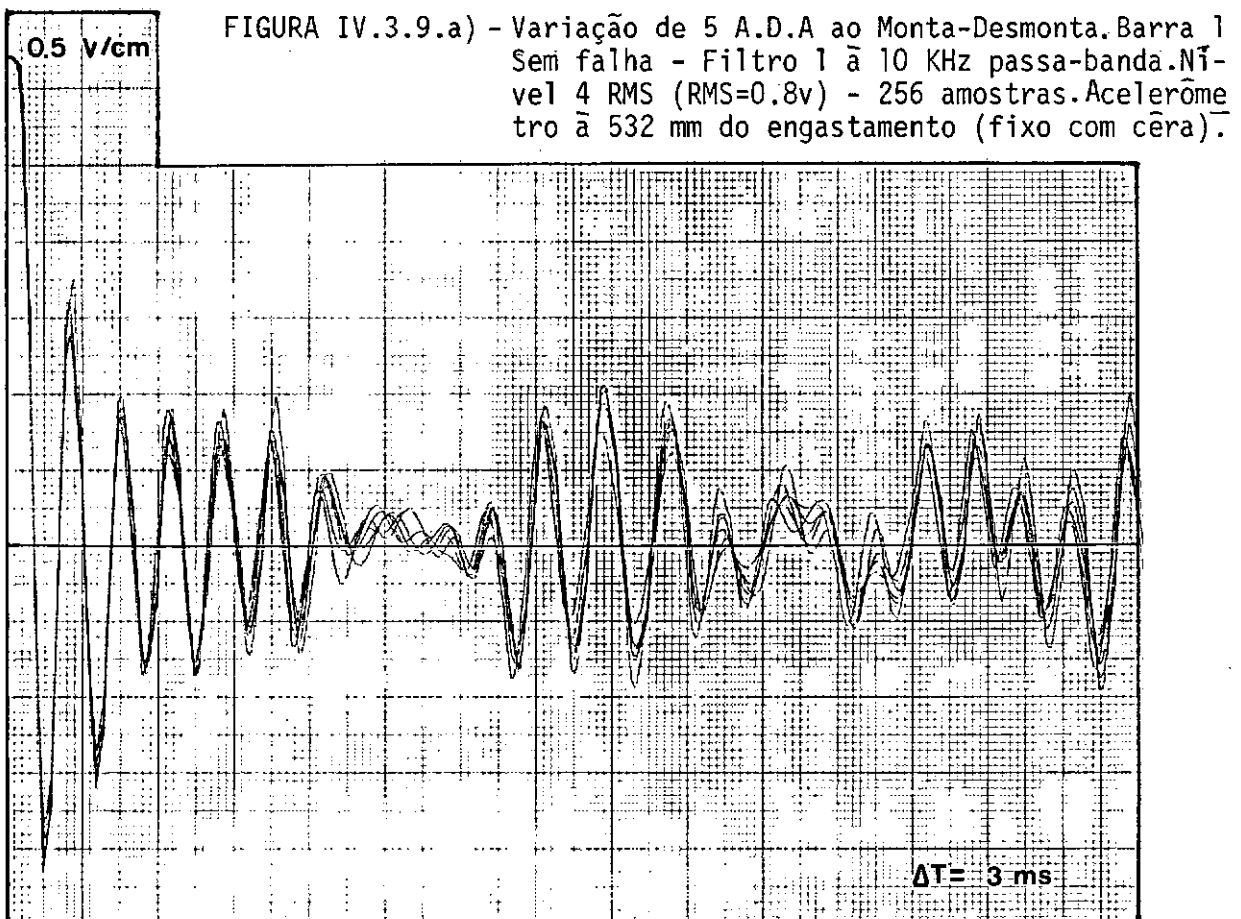


FIGURA IV.3.9.b) - Variação de 5 A.D.A. ao Monta-Desmonta - Barra 3 - Sem Falha - Filtro 22 a 30 KHz. Nível 4 RMS (RMS = 0.8 mv) - 256 amostras. Acelerômetro a 532 mm do engastamento (fixo parafuso).

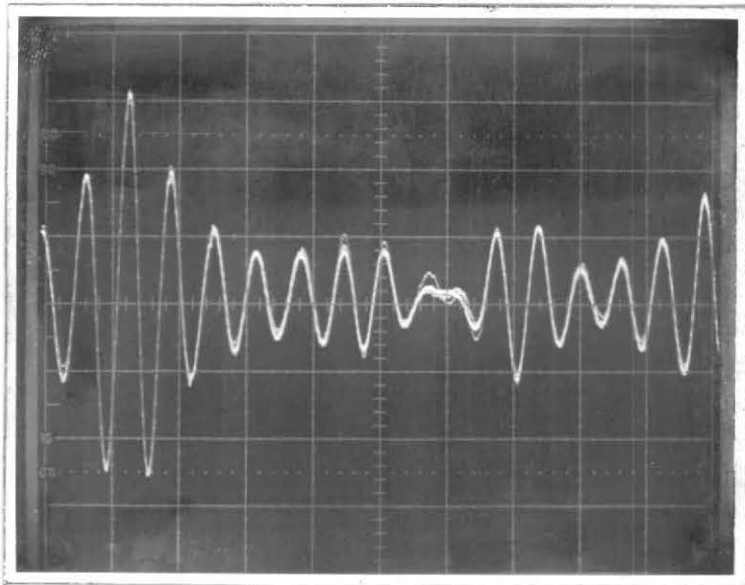
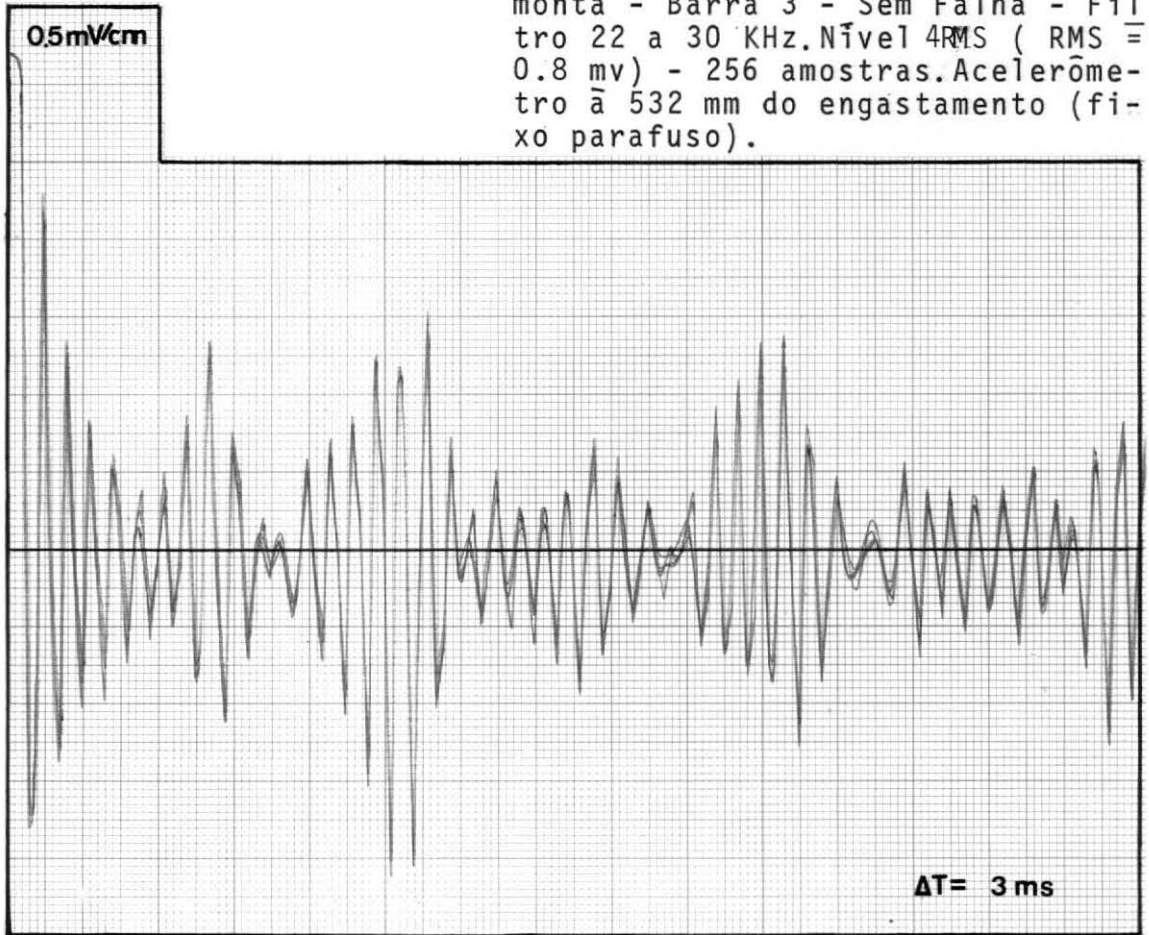


FIGURA IV.3.9.c) - Variação de 5 A.D.A. ao Monta Desmonta, Barra 4 - Falha 60% At - Filtro 22 a 30 KHz. Nível 4 RMS (RMS = 0.8 mv). 256 amostras. Acelerômetro a 605 mm do engastamento (fixo parafuso).

FIGURA IV.3.10.a) - Variação 5 A.D.A. sem desmontar. Barra 2 - Sem falha - Filtro 1 à 10 KHz. Nível 4 RMS (RMS = 0.8 v) - 256 amostras. Acelerômetro à 532 mm do engastamento (fixo com grampo de pressão).

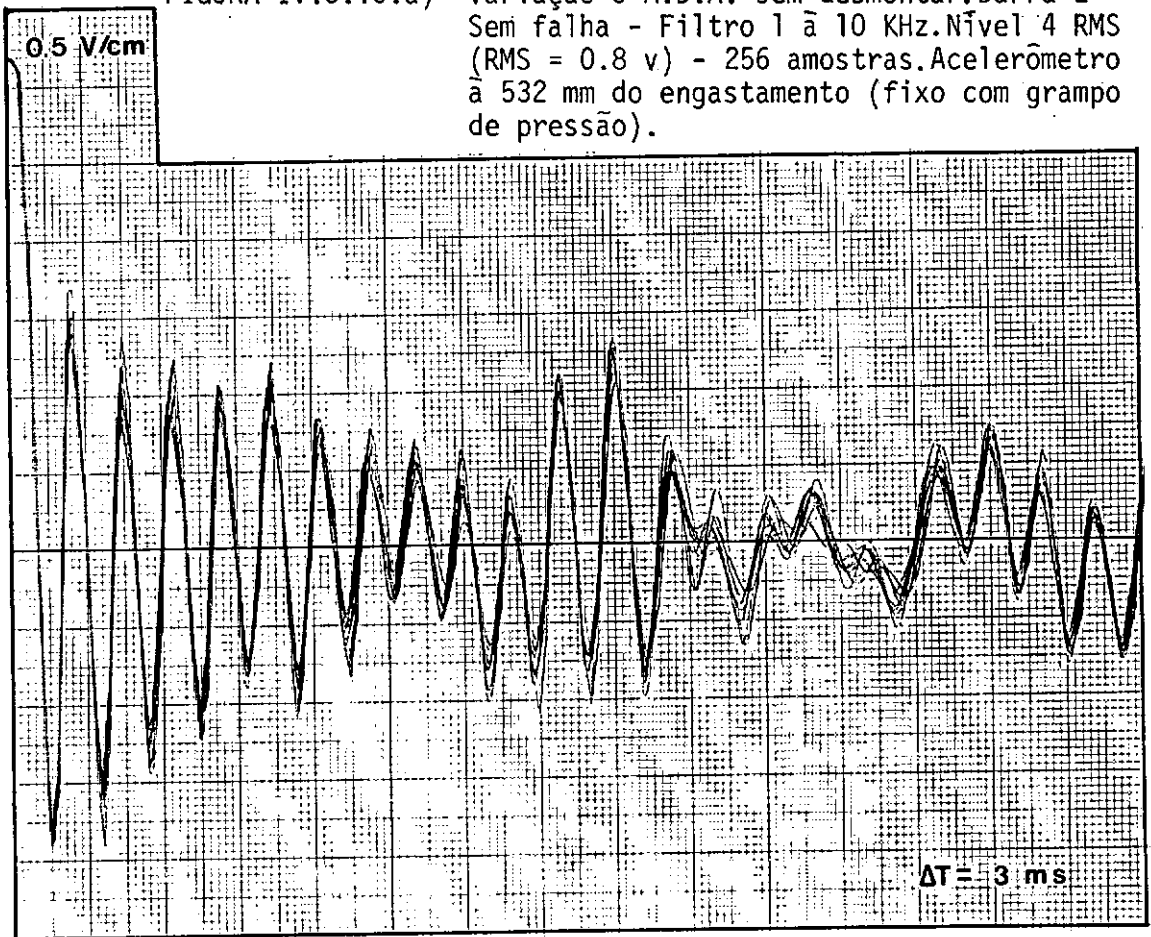
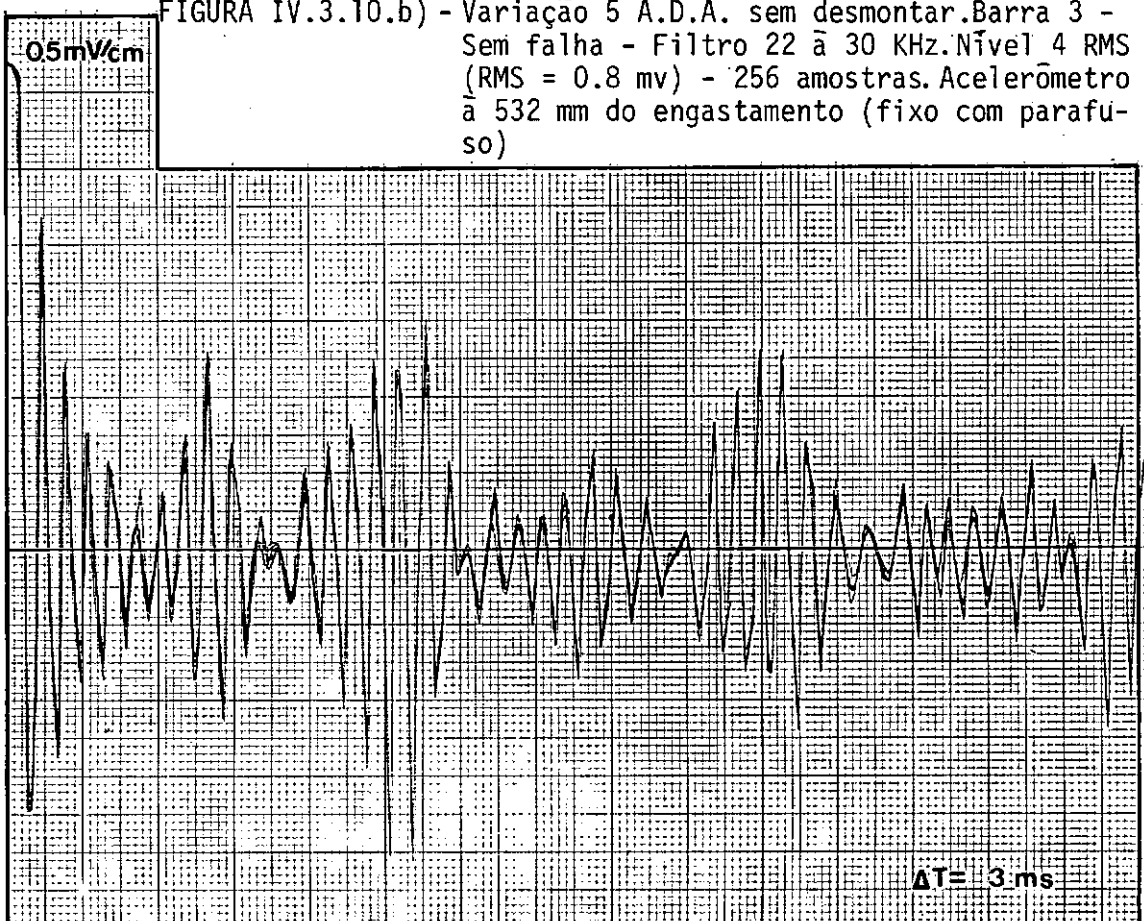


FIGURA IV.3.10.b) - Variação 5 A.D.A. sem desmontar. Barra 3 - Sem falha - Filtro 22 à 30 KHz. Nível 4 RMS (RMS = 0.8 mv) - 256 amostras. Acelerômetro à 532 mm do engastamento (fixo com parafuso)



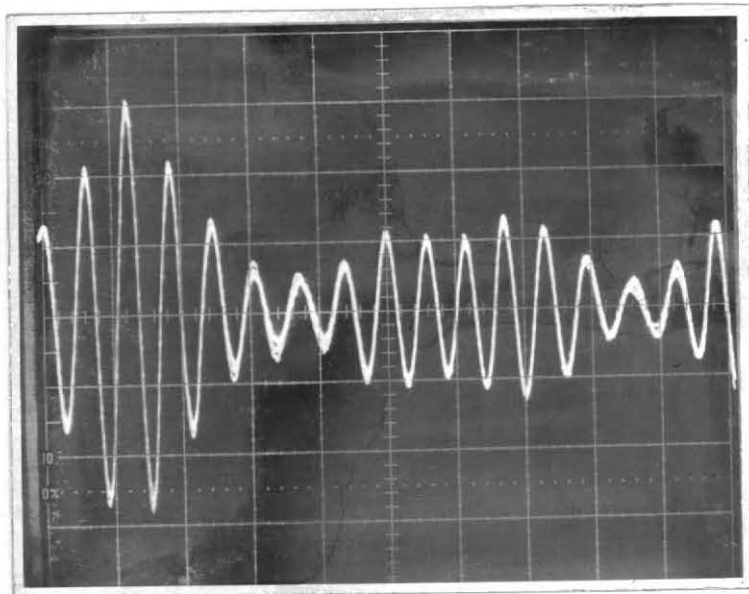


FIGURA IV.3.10.c) - Variação de 5 A.D.A sem Desmontar o sistema - Barra 4 - Sem falha - Filtro 22 a 30 KHz passa-banda - Nível 4 RMS (RMS = 0.8 mv) - 256 amostras - acelerômetro a 605mm do engastamento (fixo com parafuso).

Verificou-se que a variação das Assinaturas com o aumento da falha (0, 8, 16, 32 e 64% da área transversal da viga), nas barras onde a fixação do acelerômetro foi com cêra ou grampo de pressão, não foi significativa, comparada à variação observada na repetibilidade da assinatura quando da seleção do nível 4 RMS (fig. IV.3.5), para faixas de frequência 1 a 10 KHz e 8 a 15 KHz.

Já com a fixação do acelerômetro com parafuso, a variação da assinatura com as mesmas falhas foi maior que a observada na da repetibilidade da assinatura (fig. IV.3.5) para banda de filtro de 22 a 30 KHz. Isto pode ser comprovado na figura IV.4.1 e IV.4.2 (Conclusões).

Como a escala de tempo no Analisador Espectral não era boa para faixa de frequência de 22 a 30 KHz, utilizou-se o Osciloscópio Digital com memória (fig. IV.2.8), onde foram obtidas Assinaturas Decrescimento Aleatório para falhas de 0, 8, 16, 32 e 50% da área transversal da viga na posição 527 mm do engastamento, e para posições de acelerômetro a 255, 532, 542 e 655 mm do engastamento.

Nas figuras IV.3.11 a IV.3.15 tem-se as Assinaturas Decrescimento Aleatório para o acelerômetro fixo a 532 mm e nas figuras IV.3.16 a IV.3.19 a comparação destas Assinaturas com falhas de 8, 16, 32 e 50% com a Assinatura sem falha. As demais Assinaturas, para acelerômetro fixo a 255, 542 e 655 mm, encontram-se no Apêndice C.

A excitação utilizada no sistema viga engastada com massa-mola (do excitador) foi de Ruído Branco 0 a 20 KHz.

A faixa de frequência (filtro passa-faixa) foi de 22 a 30 KHz.

O nível de "trigger" foi de 4 RMS.

O nº de amostras foi de 256.

O RMS da Resposta do sistema, para a faixa de filtro acima, foi de 0.8 mV.

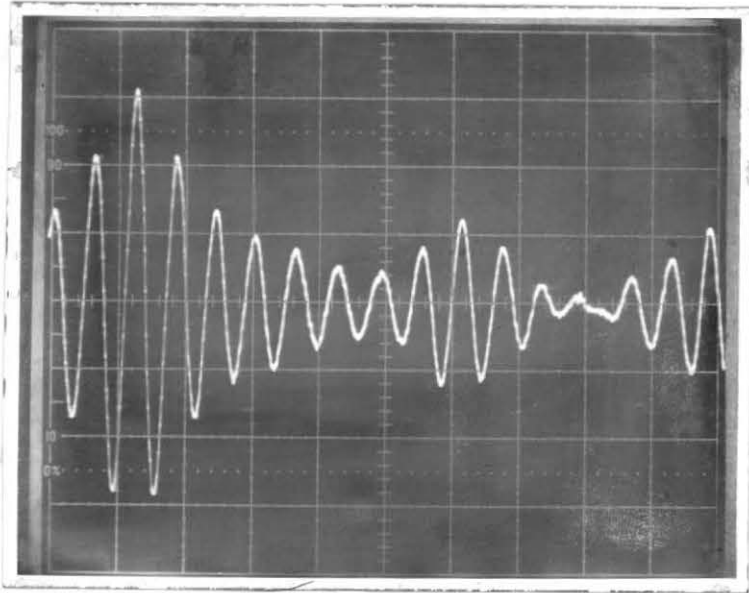


FIGURA IV.3.11
Assinatura Decrescimento
Aleatório para:

Falha = 0% At e
Aceler. \tilde{a} 532 mm

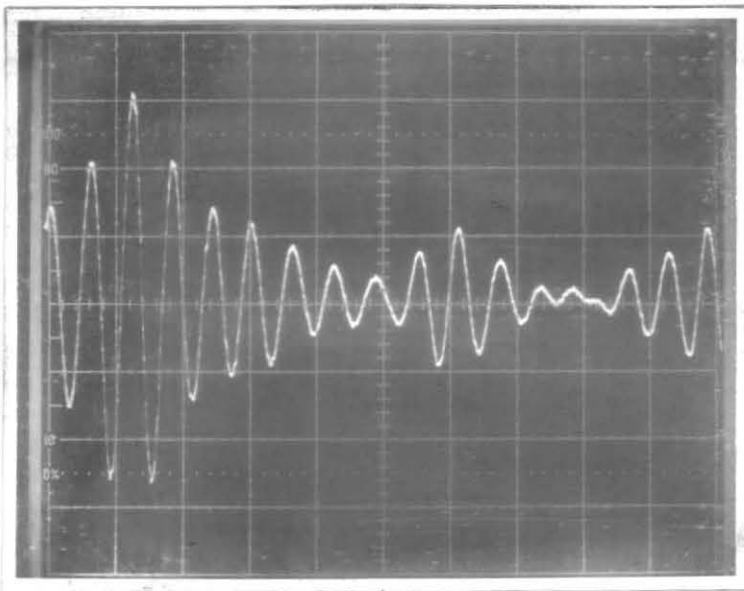


FIGURA IV.3.12
Assinatura Decrescimento
Aleatório para:

Falha = 8% At e
Aceler. \tilde{a} 532 mm

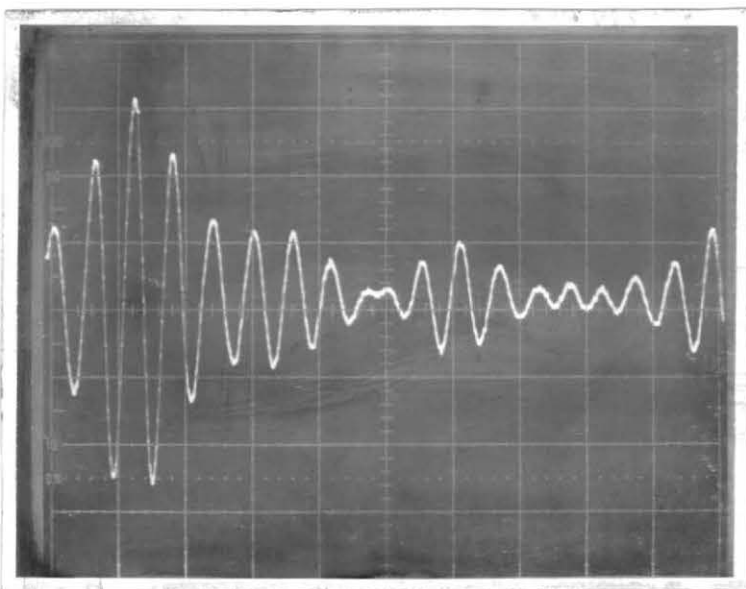


FIGURA IV.3.13
Assinatura Decrescimento
Aleatório para:

Falha = 16% At e
Aceler. \tilde{a} 532 mm

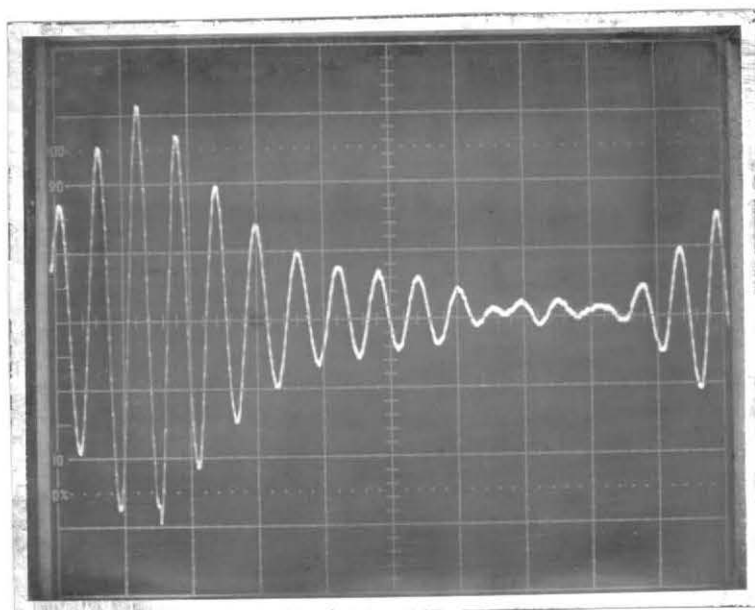


FIGURA IV.3.14
Assinatura Decrescimen_
to Aleatório para:
Falha = 32% At e
Aceler. \tilde{a} 532 mm

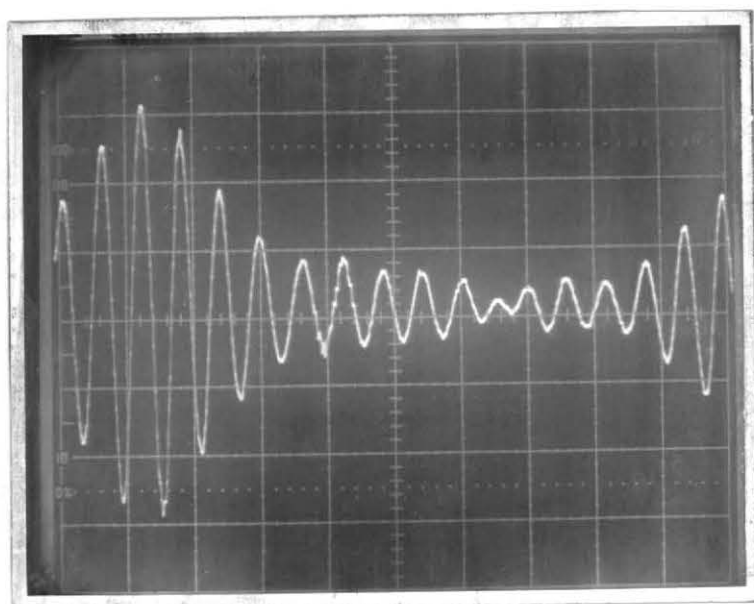


FIGURA IV.3.15
Assinatura Decrescimen_
to Aleatório para:
Falha = 50% At e
Aceler. \tilde{a} 532 mm

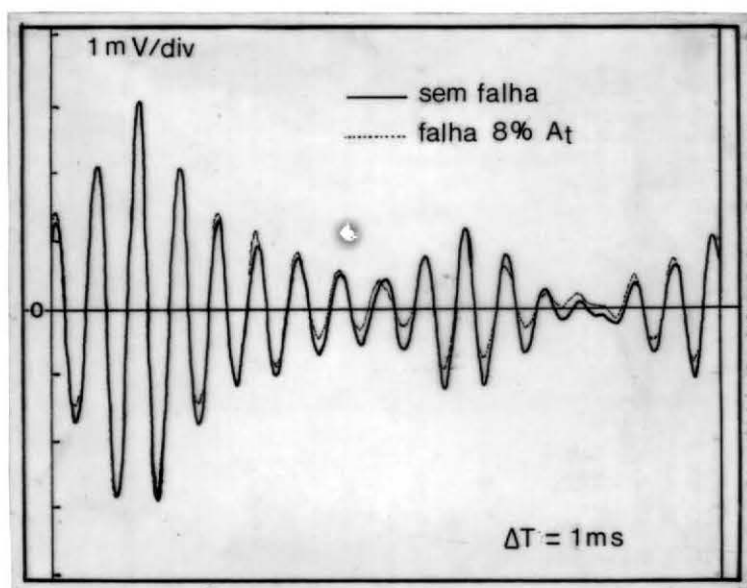


FIGURA IV.3.16
Comparação entre Assi-
naturas Decrescimento
Aleatório com:
Falhas de 0 e 8% At
e Aceler. \tilde{a} 532 mm

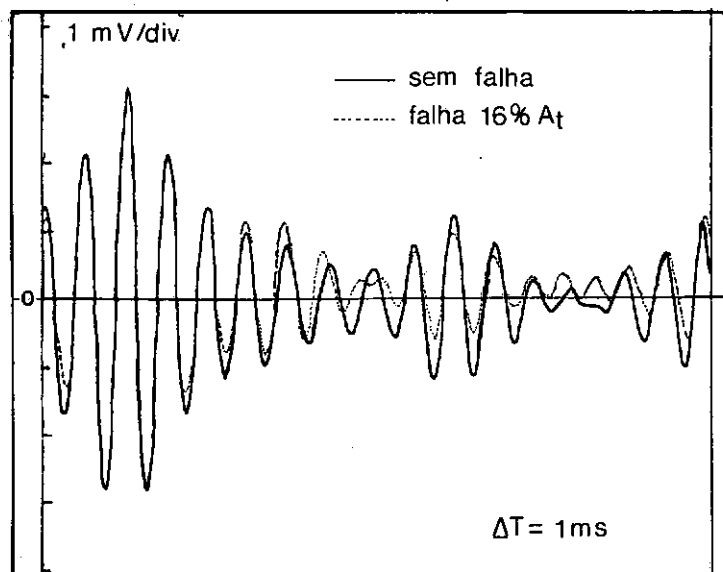


FIGURA IV.3.17
Comparação entre Assina_turas Decrescimento Aleatório com:
Falhas de 0 e 16% A_t e Aceler. \tilde{a} 532 mm

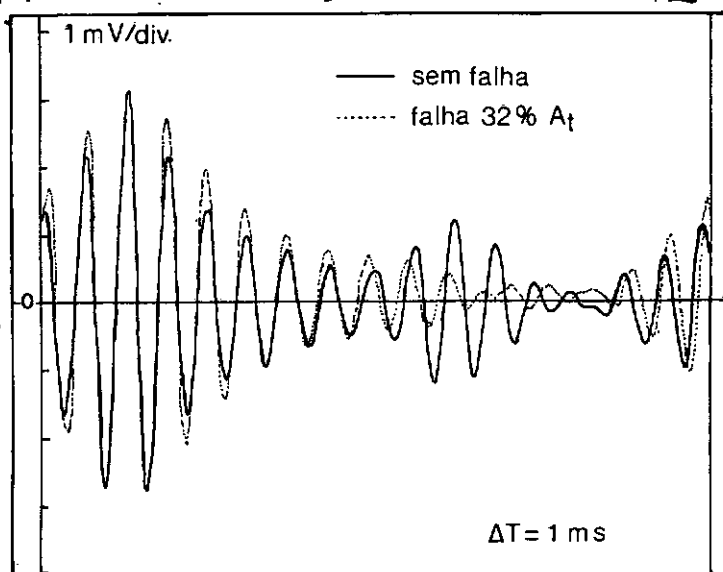


FIGURA IV.3.18
Comparação entre Assina_turas Decrescimento Aleatório com:
Falhas de 0 e 32% A_t e Aceler. \tilde{a} 532 mm

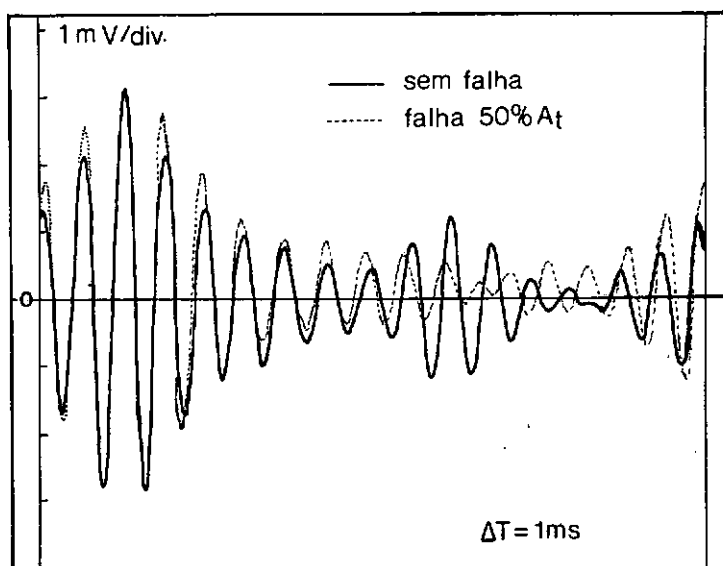


FIGURA IV.3.19
Comparação entre Assina_turas Decrescimento Aleatório com:
Falhas de 0 e 50% A_t e Aceler. \tilde{a} 532 mm

IV.3.3 - Espectros de Frequência e Variação das Frequências Naturais com a Falha

Vários espectros de frequência são aqui expostos com o intuito de se mostrar certos aspectos de conteúdo energético de sinais usados para excitar o sistema, assim como sinais de resposta deste sistema a excitação por Ruido Branco.

Na figura IV.3.20 tem-se: o espectro de frequências do Ruido Branco (R.B.), que é um Ruido Gaussiano, tomado diretamente do Gerador de R.B., usado para variar o campo de forças do excitador eletromagnético acoplado a extremidade da viga; o espectro de frequência da resposta do excitador eletromagnético (acoplado ao sistema viga engastada-livre) a este Ruido Branco; e também o espectro de frequências do sistema viga engastada livre com este excitador eletromagnético na extremidade da viga.

Já na figura IV.3.21 tem-se o efeito de filtro sobre o espectro de frequências do sistema. Nota-se que o filtro passa-faixa 22 a 30 KHz foi usado com o objetivo de eliminar principalmente as frequências de 5 a 10 KHz já que nesta faixa a concentração energética é bem maior do que na das frequências de 10 a 18 KHz.

Na tabela da figura IV.3.22 encontram-se as frequências naturais para cada tipo de falha produzida na viga.

Nota-se que a variação relativa destas frequências é pequena ou quase nenhuma ao se levar em conta a banda do fil-

0 dBV FS 4.25 dB/cm

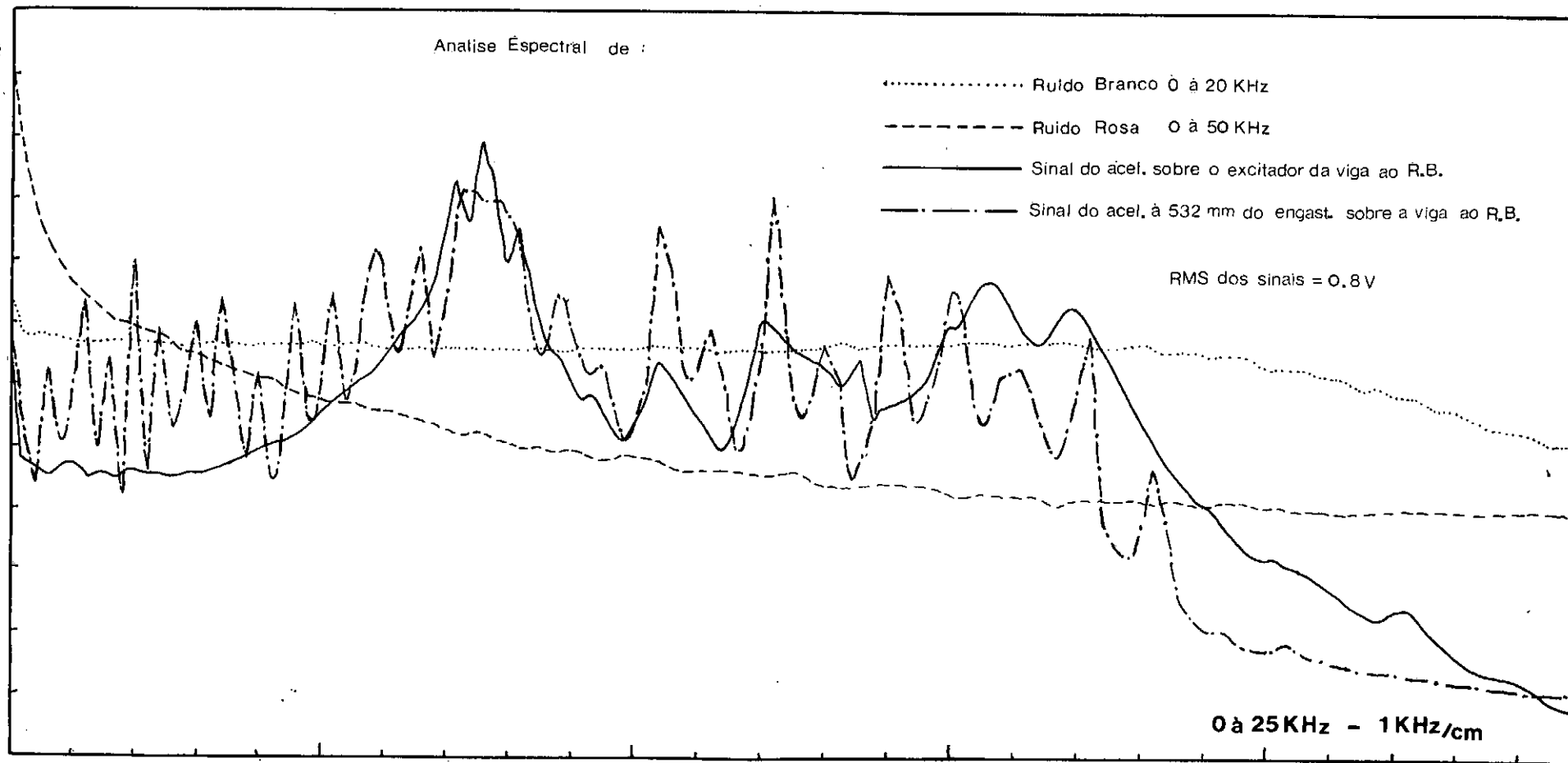


FIGURA IV.3.20

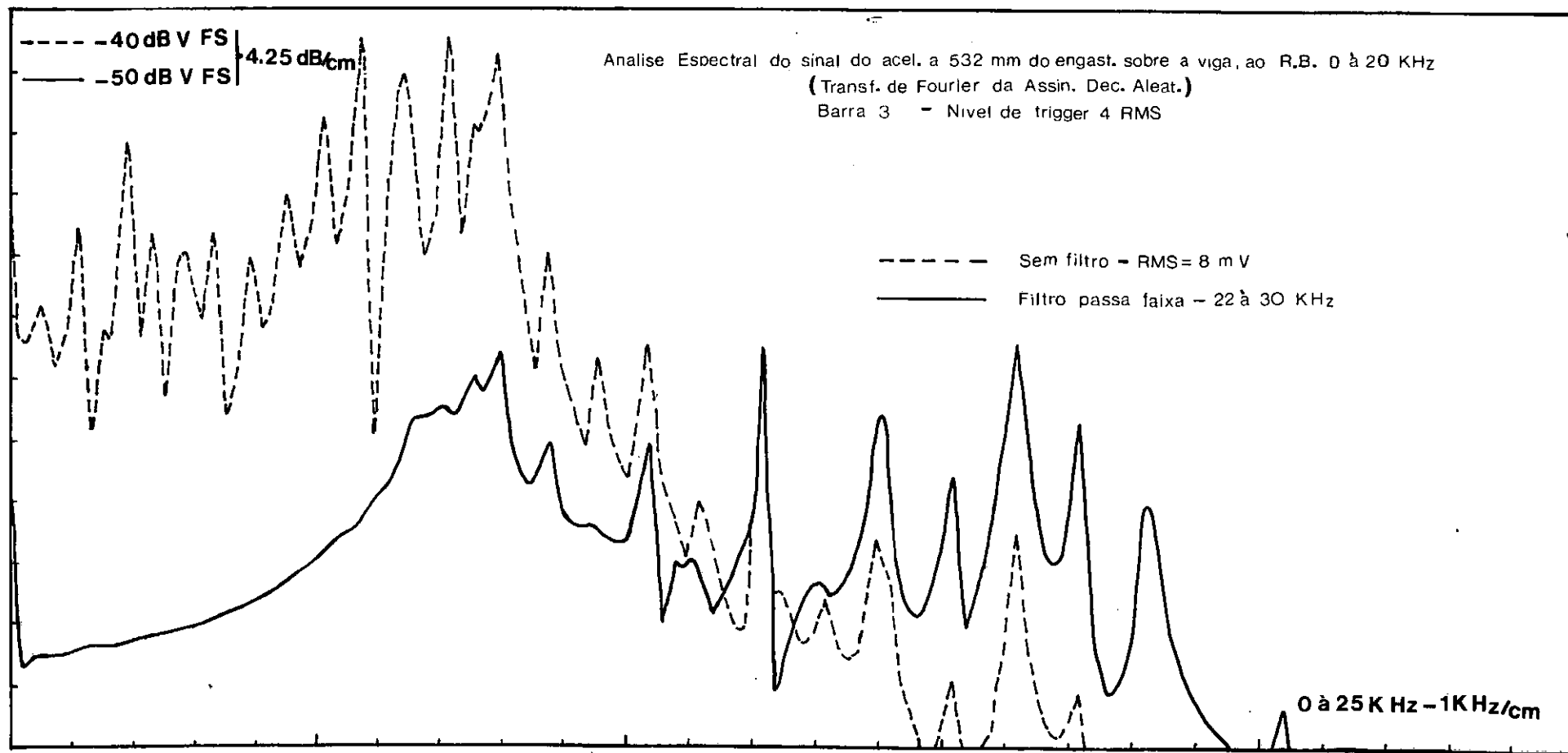


FIGURA IV.3.21

BARRA Nº	BANDA DO FILTRO DO ANALISADOR (Bw)	FALHA	SEM	FALHA	FALHA	FALHA	FALHA	FALHA
		MOD0	FALHA	8% AT	16% AT	32% AT	50% AT	64% AT
2	0.8 Hz	1	23	23	23	23	-	18
		2	38	38	38	38	-	36
		3	123	123	123	123	-	124
		4	256	256	255	255	-	245
		5	436	436	437	436	-	436
		6	660	659	658	652	-	630
		7	939	930	931	924	-	929
		8	1.253	1.256	1.269	1.246	-	1.192
		9	1.603	1.604	1.605	1.601	-	1.600
		10	1.999	1.999	1.998	1.983	-	1.937
	2 Hz	11	2.422	2.430	2.436	2.412	-	2.412
		12	2.917	2.919	2.919	2.905	-	2.856
		13	3.445	3.449	3.454	3.440	-	3.430
		14	3.914	3.926	3.928	3.878	-	3.723
		15	4.592	4.598	4.603	4.587	-	4.573
	4 Hz	16	5.176	5.184	5.190	5.142	-	5.086
		17	5.862	5.882	5.902	5.858	-	5.830
		18	6.492	6.504	6.516	6.444	-	6.404
		19	7.230	7.246	7.266	7.246	-	7.238
	20 Hz	20	7.950	7.990	8.020	7.980	-	7.890
3	20 Hz	21	8.800	8.180	8.780	8.780	8.810	8.790
		22	9.560	9.540	9.550	9.530	9.490	9.470
		23	10.450	10.450	10.430	10.430	10.430	10.390
		24	11.300	11.280	11.260	11.240	11.180	11.160
		25	12.230	12.210	12.210	12.190	12.170	12.130
		26	13.210	13.190	13.190	13.180	12.940	12.800
		27	14.120	14.100	14.100	14.080	14.060	14.020
		28	15.160	15.140	15.130	15.090	15.020	14.980
		29	16.140	16.140	16.120	16.100	16.060	16.040
		30	17.230	17.210	17.190	17.170	17.090	16.990
		31	18.290	18.270	18.270	18.250	18.290	18.270
		32	19.390	19.370	19.370	19.350	-	19.280
		33	20.470	20.450	20.450	20.390	20.330	20.250

Figura IV.3.22 - Frequências Naturais da viga engastada-livre para vários tamanhos de falhas.

Falha a 527 mm do engastamento.

Acelerômetro a 532 mm do engast. (RMS=0.8mV).

Excitação do Sistema - R.B. 0 a 20 KHz.

tro do Analisador Espectral ($B\omega$), usada para cada faixa de frequências.

Portanto a detecção de pequenas falhas estruturais no sistema através do estudo direto da variação das frequências naturais, seria muito mais difícil.

IV.3.4 - Variação da Assinatura Decrescimento Aleatório com a Adição de pequenas Massas e Assinatura Decrescimento Aleatório Cruzada

Procurou-se notar as variações da Função Decrescimento Aleatório à adição de pequenas massas com o objetivo de obter novas informações sobre a sensibilidade desta Assinatura.

Assim, vê-se na Figura IV.3.23 a comparação de Assinaturas Decrescimento Aleatório do sistema viga engastada-livre com massa e mola (excitador) na extremidade livre, com a adição de pequena massa. Nota-se que esta adição de pequena massa trouxe uma considerável variação da Assinatura Decrescimento Aleatório.

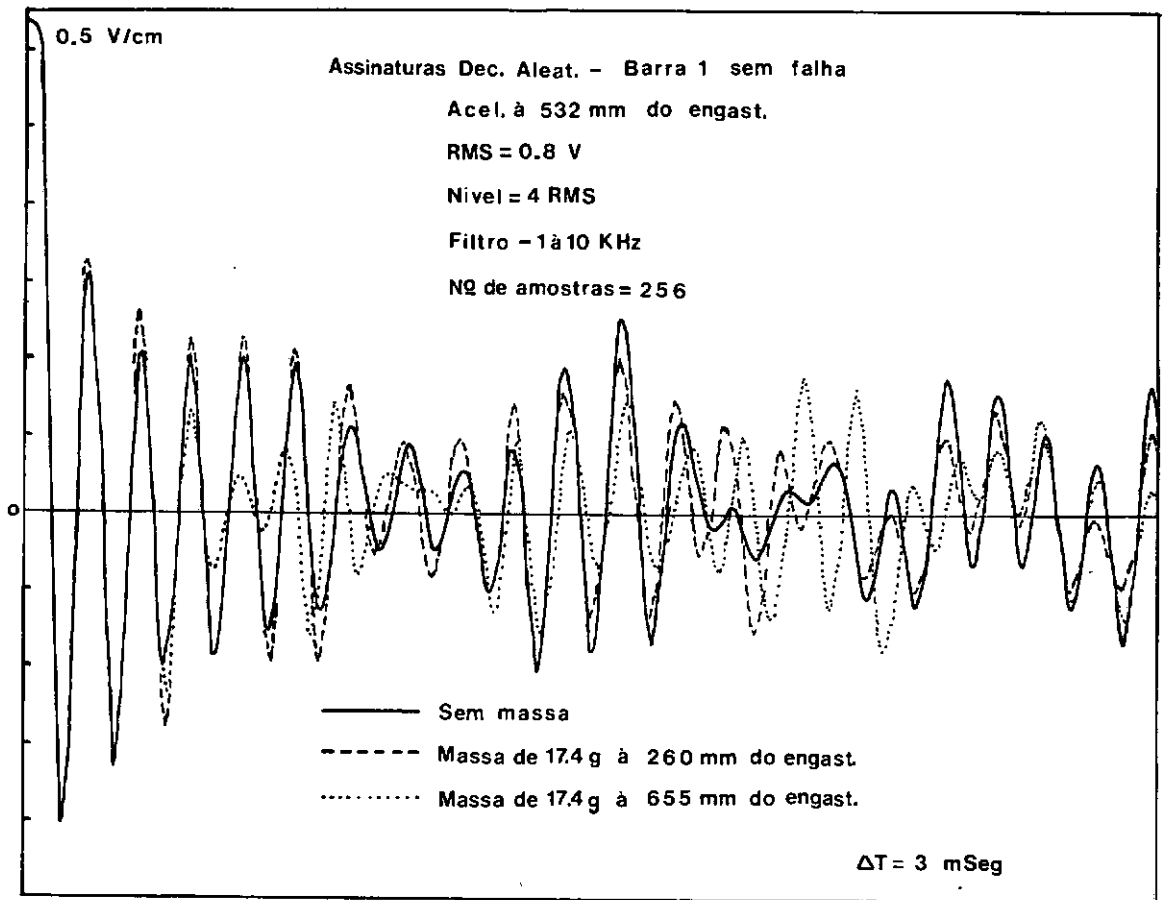


FIGURA IV.3.23

No caso das Assinaturas Decrescimento Aleatório Cruzada entre dois pontos do sistema, toma-se alguns exemplos para certas falhas e posições de acelerômetro, como se vê na figura IV.3.24.

A Assinatura Decrescimento Aleatório Cruzada feita entre 2 pontos físicos do sistema, de certa forma representa uma correlação no tempo entre estes 2 pontos.

A obtenção experimental das Assinaturas Decrescimento Aleatório Cruzada é feita usando-se 2 acelerômetros nas 2

posições escolhidas. Estes sinais são tratados no Analisador Espectral em 2 canais diferentes, de forma que o "trigger" é disparado pelo nível de um dos sinais e a partir de então o sinal de cada acelerômetro é armazenado separadamente. N vezes é feita esta operação e então tem-se a média destes N trechos, que do ponto escolhido para disparo do trigger será a Assinatura Decrescimento Aleatório e do outro ponto será a Assinatura Decrescimento Aleatório Cruzada em relação ao ponto escolhido para disparo do trigger. Com isto tem-se a Assinatura Decrescimento Aleatório Cruzada dos pontos do sistema em relação ao ponto de aplicação da força de excitação do sistema (extremidade livre-excitador).

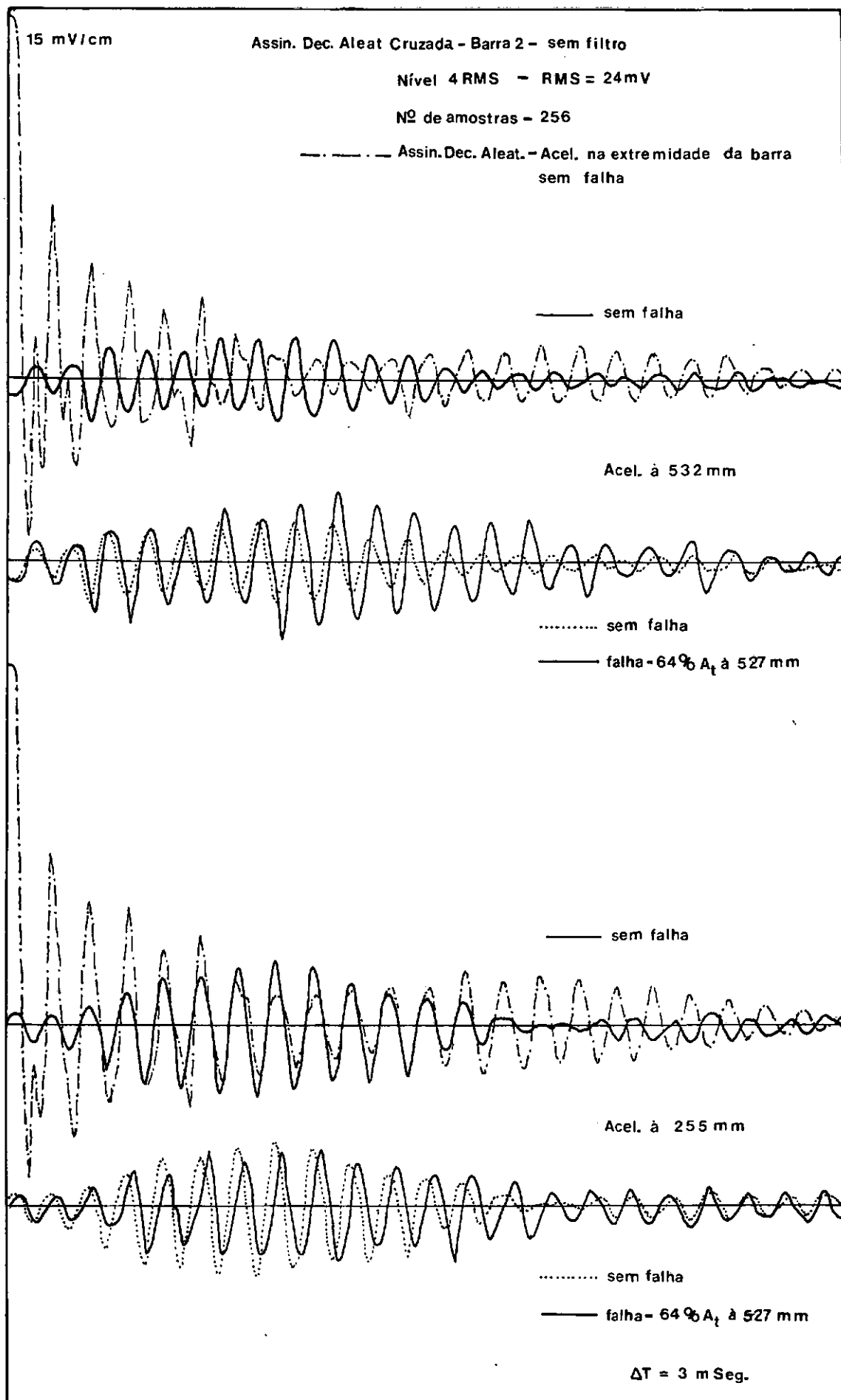


FIGURA IV.3.24

IV.4 - ANÁLISE DOS RESULTADOS E SUGESTÕES

Este estudo contém resultados positivos relacionados à confiabilidade da análise da Assinatura Decrescimento Aleatório para detecção de falhas em estruturas mecânicas.

A Assinatura Decrescimento Aleatório como estamos trado no trabalho, é uma média condicional, e está relacionada com a função de autocorrelação no caso de Ruidos Gaussianos.

A interpretação física para a Assinatura Decrescimento Aleatória é relativamente simples. Para sistemas a 1 grau de liberdade a Assinatura Decrescimento Aleatório é praticamente independente da força de excitação, enquanto isso infelizmente não acontece para sistemas contínuos. Isto impede que resultados para modelos a 1 grau de liberdade, sejam usados para sistemas contínuos. Esta dependência entre a Assinatura Decrescimento Aleatório e a força de excitação complica a interpretação dos resultados para sistemas contínuos.

Os resultados experimentais da Assinatura Decrescimento Aleatório, indicam um melhor comportamento (sensibilidade ao aparecimento de falhas) desta Assinatura na faixa de altas frequências, o que deixa supor que a estrutura do campo vibratório em alta frequência leva a uma distribuição de função de autocorrelação mais regular e menos dependente da distribuição das forças de excitação.

Em função dos resultados obtidos, pode-se dizer

que a Assinatura Decrescimento Aleatório é mais eficiente na faixa de altas frequências. Existe uma região de influência da falha sobre a Assinatura Decrescimento Aleatório (Figura IV.4.1) que nos indica uma estratégia de monitoração em vários pontos da estrutura e que apresenta o inconveniente de ser mais laboriosa, mas que possui a vantagem de dar indicação mais precisa sobre o tamanho e a posição da falha. A escolha dos pontos de medida não são necessariamente os pontos onde as falhas podem ocorrer. A informação relacionada com as formas modais e os seus nodos, pode ser utilizada como guia na colocação dos acelerômetros (é natural não escolher pontos de baixa resposta vibratória).

Como pode-se ver na figura IV.4.1 a Máxima Variação da Assinatura Decrescimento Aleatório com a falha, em função da posição do acelerômetro (Assinaturas das figuras IV.3.11 a IV.3.19 e Assinaturas do Apêndice C), mostra a região de influência da falha sobre esta Assinatura, de acordo com o nível vibratório do sistema estudado (viga engastada-livre com massa e mola na extremidade). Deste modo pode-se dizer que com a monitoração de diversos pontos do sistema, através da Assinatura Decrescimento Aleatório, é possível definir uma área restrita de localização da falha, enquanto que o tamanho da falha poderá ser definido de duas maneiras:

- a) através do valor da variação máxima da Assinatura Decrescimento Aleatório com a falha, para um determinado ponto monitorado (figura IV.4.1).

b) através da comparação da curva envolvente da Assinatura Decrescimento Aleatório, obtida para esta falha, com as curvas envolventes das Assinaturas Decrescimento Aleatório para falhas de 0, 8, 16, 32 e 50% da At, mostradas na figura IV.4.2.

A figura IV.4.2 mostra a faixa de variação da curva envolvente da Assinatura Decrescimento Aleatório sem falha (da figura IV.3.10.c) justaposta as curvas envolventes das Assinaturas Decrescimento Aleatório com falhas de 8, 16, 32 e 50% da At (das figuras C.2 e C.5 do Apêndice C) para acelerômetro a 605 mm do engastamento.

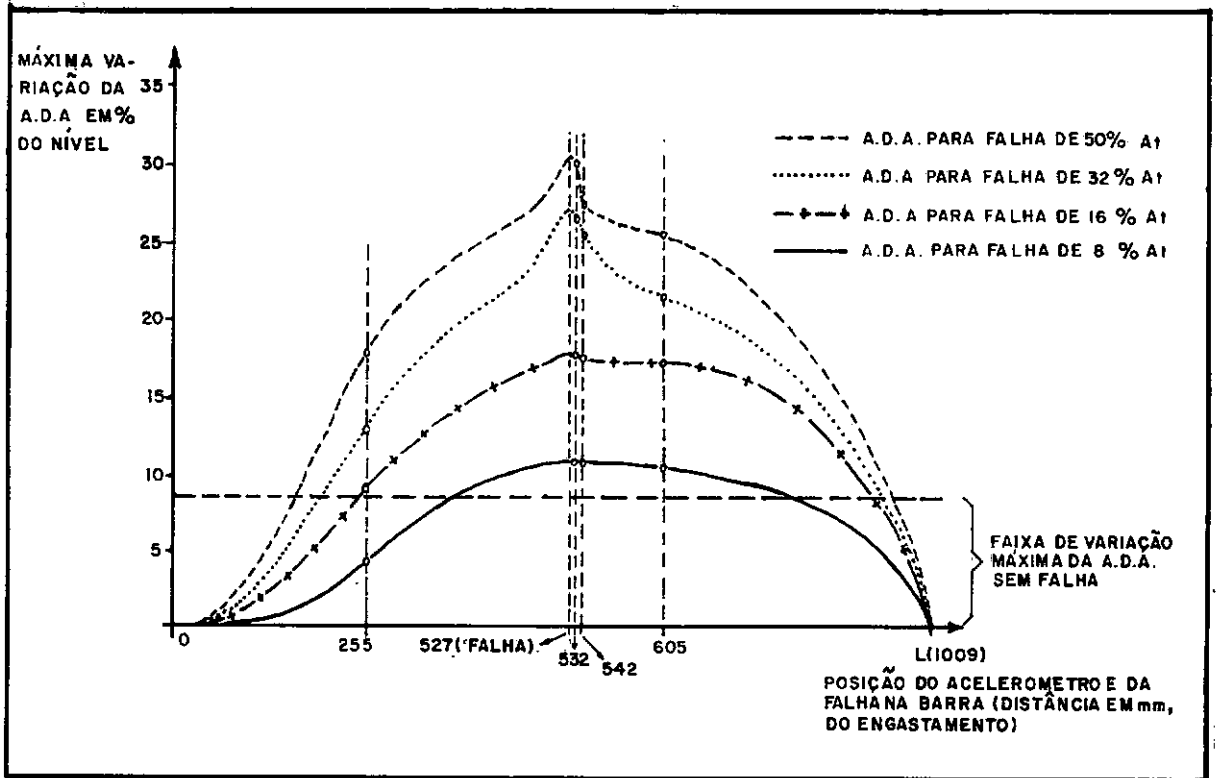


FIGURA IV.4.1 - Máxima Variação da A.D.A. com a falha em função da posição do acelerômetro (das figuras IV.3.11 à IV.3.19 e C.1 à C.25 do Apêndice C)

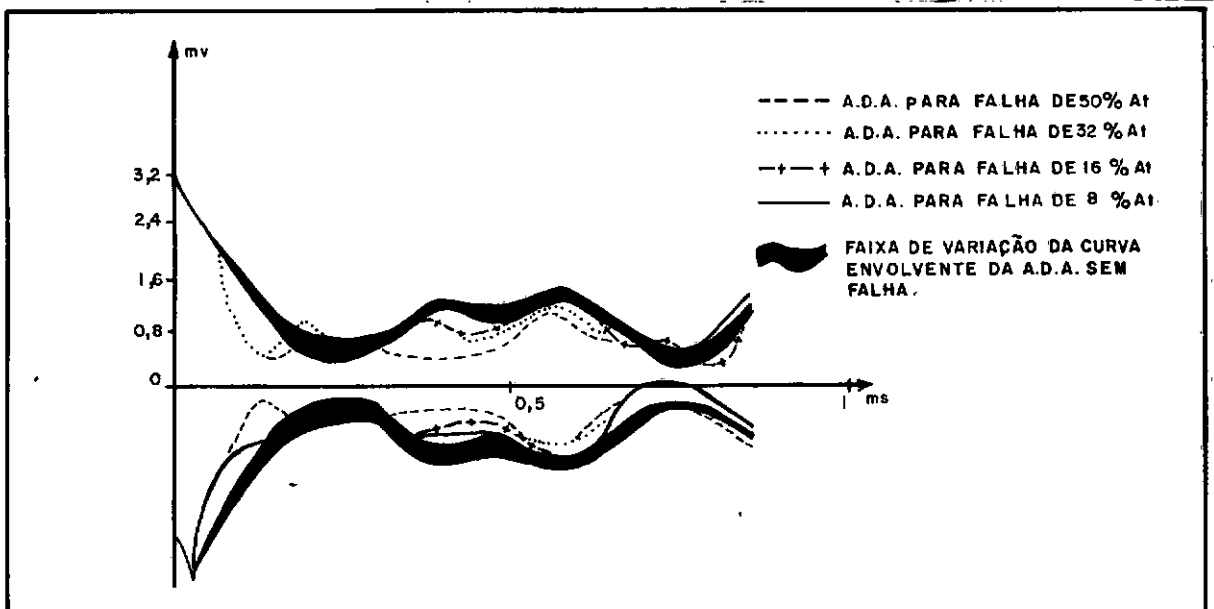


FIGURA IV.4.2 - Faixas de Variação das curvas envolventes das A.D.A. com a falha para acelerômetro a 605 mm (das figuras C.2 à C.5 do Apêndice C)

Desta forma pode-se afirmar que é possível detectar falhas em sistemas, através da monitoragem com a Assinatura Decrescimento Aleatório, assim como prever sua localização e tamanho com alguma margem de segurança, para que se possa tomar providências no sentido de evitar quebra ou reparos de altos custos no sistema.

Como sugestão para possíveis trabalhos futuros de continuação deste estudo, seria interessante:

- a) Estender a formalização matemática para o caso de excitações não-Gaussianas, considerando que a combinação de efeitos não Gaussianos, pode tender a um resultado Gaussiano.
- b) Estender o trabalho realizado, para estruturas com modelo matemático tridimensional, em particular, aplicar a estruturas "off-shore".
- c) Determinar melhor a influência sobre a A.D.A., da distância entre a falha e o acelerômetro, definindo com mais exatidão, a região de influência, talvez para faixas de frequências naturais do sistema mais altas ainda.
- d) Tentar representar a A.D.A. por uma soma de exponenciais e interpretar a sua "Transformada de Fourier".

- e) Testar o "Croos-Randomdec" (A.D.A. Cruzada) para detecção de falhas, comparando sua sensibilidade a da A.D.A. Testar a A.D.A. Cruzada na identificação de sistemas mecânicos.
- f) Estudar a aplicabilidade da A.D.A. no caso de sistemas não lineares.

APÊNDICE A

ADIMENSIONALIZAÇÃO

APÊNDICE A - ADIMENSIONALIZAÇÃO

Adimensionalização das equações 2.1.4 e 2.2.4 com as condições de contorno 2.1.5.

Escolhendo-se 3 variáveis que definam o sistema, montou-se o esquema:

UNIDADES BÁSICAS	VARIÁVEIS ESCOLHIDAS			(d)→	VARIÁVEIS RESTANTES DAS EQUAÇÕES						
	EI(a)	L(b)	m(c)		y	x	t	J	GA	K _m	M
distância(L)	3	1	-1		1	1	0	1	1	0	0
massa (M)	1	0	1		0	0	1	1	1	1	1
tempo(T)	-2	0	0		0	0	1	0	-2	-2	0

desta forma tem-se que resolver o sistema:

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{Bmatrix}$$

Para x e y tem-se $\begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$ logo, acha-se $\begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{Bmatrix} \Rightarrow$

$$\bar{y} = \frac{y}{L}$$

$$\bar{x} = \frac{x}{L}$$

Para t tem-se $\begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix}$ logo, acha-se $\begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1/2 \\ -2 \\ -1/2 \end{Bmatrix} \Rightarrow \boxed{\bar{T} = \frac{t}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}}$

Para J tem-se $\begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix}$ logo, acha-se $\begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{Bmatrix} \Rightarrow \boxed{\Psi_1 = \frac{J}{m L^2}}$

Para GA tem-se $\begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{Bmatrix}$ logo, acha-se $\begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \Psi_2' = \frac{GA}{EI} \cdot L^2 \text{ ou}$

$$\boxed{\Psi_2 = \frac{EI}{GA} \cdot L^2}$$

Para K_m tem-se $\begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{Bmatrix}$ logo, acha-se $\begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1 \\ 3 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \boxed{\Psi_3 = \frac{K_m L^3}{EI}}$

Para M tem-se $\begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix}$ logo, acha-se $\begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{Bmatrix} \Rightarrow \boxed{\Psi_4 = \frac{M}{L \cdot m}}$

Desta forma temos os coeficientes de adimensionalização:

$$\bar{y}, \bar{x}, \bar{T}$$

Ψ_1 = coeficiente de Inércia de Rotação

Ψ_2 = coeficiente de participação do cisalhamento

Ψ_3 = coeficiente de rigidez

Ψ_4 = coeficiente de massa

As variáveis escolhidas EI , L , m são respectivamente: Módulo de elasticidade longitudinal da viga vezes o Momento de Inércia da área transversal da viga, comprimento livre da viga e massa linear da viga.

As variáveis restantes são:

$y(x,t)$ = deslocamento y do elemento da viga à distância x da extremidade, no instante t

J = Momento de inércia da massa da viga

GA = Módulo de elasticidade transversal da viga vezes a área transversal da viga

K_m = Constante de rigidez da extremidade (excitador)

M = Massa da extremidade (excitador)

APÉNDICE B

TABELAS DE RESULTADOS, CAPÍTULO II

APÊNDICE B - TABELAS DE RESULTADOS, CAPÍTULO II

Neste apêndice encontram-se as 20 primeiras frequências naturais transversais de ressonância da viga engastada livre estudada no Capítulo II, juntamente com as respectivas posições de nós.

Na tabela B.1 tem-se as frequências naturais transversais de ressonância e os respectivos nós encontrados teoricamente para várias combinações de Ψ_3 e Ψ_4 , onde:

$$\Psi_3 = \frac{K_m L^3}{EI} \quad \text{e} \quad \Psi_4 = \frac{M}{Lm} \rightarrow \text{coeficientes de Rigidez e massa do sistema}$$

sendo:

K_m = Rigidez da mola na extremidade livre da viga de Timoshenko

L = comprimento da viga

E = Módulo da Elasticidade longitudinal da viga

I = Momento de Inércia da área transversal da viga

M = Massa fixa na extremidade da viga

m = massa por unidade de comprimento da viga

Na tabela B.2 tem-se a comparação entre as frequências naturais transversais de ressonância e os respectivos modos, obtidos pelo cálculo teórico da viga de Euler e Timoshenko e obtidos experimentalmente para a viga engastada-livre sem nenhuma falha e com falha de 4% da área transversal da viga a 527 mm do engastamento (o que nos dá $\bar{x} = 0.522$); para o caso específico de $\Psi_3 = 65.723$ e $\Psi_4 = 0,4399$ que são os coeficientes adimensionais relativos ao excitador fixo à extremidade livre da viga de modo que temos o sistema abaixo esquematizado.

ψ_4	NODOS NAT.	1°	2°		3°			4°				5°				
	ψ_3	FREQ. NAT. (Hz)	FREQ. NAT. (Hz)	NODOS ($\bar{x} = x/L$)	FREQ. NAT. (Hz)	NODOS ($\bar{x} = x/L$)		FREQ. NAT. (Hz)	NODOS ($\bar{x} = x/L$)			FREQ. NAT. (Hz)	NODOS ($\bar{x} = x/L$)			
				2°		2°	3°		2°	3°	4°		2°	3°	4°	5°
0	0	8.64	54.12	0.784	151.4	0.504	0.868	296.5	0.359	0.645	0.905	489.4	0.279	0.500	0.724	0.927
	10	17.11	56.45	0.768	152.3	0.503	0.866	296.9	"	0.644	"	489.7	"	"	0.723	0.926
	100	32.56	77.47	0.673	160.4	0.490	0.844	300.8	0.356	0.640	0.899	492.0	0.278	0.499	0.722	0.924
	1000	37.32	116.09	0.572	223.9	0.413	0.735	350.3	0.330	0.592	0.842	520.8	0.271	0.485	0.701	0.900
	10000	37.82	122.04	0.559	252.9	0.389	0.696	428.2	0.298	0.535	0.772	644.1	0.243	0.436	0.629	0.822
0.1	0	7.29	47.54	0.841	136.3	0.531	0.921	271.5	0.375	0.673	0.953	453.9	0.290	0.519	0.751	0.969
	10	14.79	48.67	0.830	136.5	0.530	0.920	271.6	"	"	0.952	454.0	"	"	"	0.968
	100	31.63	62.68	0.733	139.0	0.526	0.909	272.4	0.374	0.672	0.951	454.3	"	"	"	"
	1000	37.31	114.18	0.577	190.4	0.448	0.785	285.1	0.366	0.657	0.925	458.3	0.289	0.517	0.748	0.962
	10000	37.82	122.08	0.559	252.6	0.389	0.696	424.3	0.300	0.538	0.776	605.0	0.251	0.450	0.650	0.846
1.0	0	3.83	39.31	0.953	124.9	0.553	0.983	258.0	0.384	0.690	0.991	439.0	0.295	0.528	0.763	0.995
	10	7.95	39.99	0.952	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
	100	21.88	40.87	0.934	125.0	"	0.982	"	"	"	"	"	"	"	"	"
	1000	37.15	74.34	0.684	126.2	0.551	0.974	258.2	"	0.689	"	"	"	"	"	"
	10000	37.82	121.83	0.559	230.0	0.407	0.727	267.4	0.378	0.678	0.963	440.0	0.294	"	"	0.993
10.0	0	1.33	38.10	0.995	122.9	0.557	0.998	255.9	0.386	0.692	0.999	436.8	0.296	0.529	0.765	1.000
	10	2.77	"	"	"	"	"	"	"	"	"	436.9	"	"	"	"
	100	7.79	38.11	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
	1000	24.22	38.26	0.991	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
	10000	37.80	77.31	0.673	123.1	"	0.997	"	"	"	"	"	"	"	"	"
100.0	0	0.43	37.90	1.000	122.7	0.558	1.000	255.7	"	0.693	1.000	436.6	0.295	0.530	"	"
	10	0.88	"	"	"	"	"	"	0.387	"	"	"	0.296	"	"	"
	100	2.49	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
	1000	7.77	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
	10000	24.53	37.91	0.999	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"

TABELA - B.1

Ψ_4	MODOS NAT.	6°						7°						
		FREQ. NAT. (Hz)	NODOS ($\bar{x} = x/L$)					FREQ. NAT. (Hz)	NODOS ($\bar{x} = x/L$)					
			2°	3°	4°	5°	6°		2°	3°	4°	5°	6°	7°
0	0	729.8	0.229	0.409	0.591	0.774	0.940	1017.2	0.194	0.346	0.501	0.654	0.809	0.949
	10	730.0	"	"	"	0.773	"	1017.4	"	"	0.500	"	"	"
	100	731.5	0.228	"	"	"	0.939	1018.4	"	"	"	"	0.808	0.948
	1000	749.1	0.226	0.404	0.583	0.764	0.928	1030.3	0.192	0.345	0.497	0.650	0.804	0.943
	10000	894.7	0.206	0.370	0.534	0.698	0.860	1173.3	0.180	0.322	0.466	0.609	0.752	0.892
0.1	0-10	683.5	0.236	0.423	0.611	0.799	0.977	959.8	0.199	0.357	0.515	0.673	0.832	0.983
	100	683.7	"	"	"	"	"	959.9	"	"	"	"	"	"
	1000	685.4	"	0.422	0.610	0.798	0.976	960.8	"	"	"	"	"	0.982
	10000	745.0	0.226	0.405	0.585	0.766	0.931	977.8	0.197	0.354	0.511	0.667	0.825	0.971
1.0	0-1000	667.5	0.239	0.428	0.618	0.808	0.997	943.1	0.201	0.360	0.520	0.679	0.839	0.998
	10000	667.8	"	"	"	"	0.996	943.2	"	"	"	"	"	"
10.0	0-10000	665.4	0.239	0.429	0.619	0.810	1.000	940.9	"	0.361	0.521	0.680	0.840	1.000
100.0	0	665.1	"	"	"	"	"	940.7	"	0.360	0.520	"	"	"
	10-10000	"	"	"	"	"	"	"	"	0.361	0.521	"	"	"

TABELA - B.1 (CONTINUAÇÃO)

Ψ_4	MODOS NAT.	8º								9º								
		Ψ_3	FREQ. NAT. (Hz)	NODOS ($\bar{x} = x/L$)						FREQ. NAT. (Hz)	NODOS ($\bar{x} = x/L$)							
				2º	3º	4º	5º	6º	7º		8º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º
0	0	1351.0	0.168	0.301	0.434	0.567	0.700	0.834	0.955	1730.4	0.148	0.265	0.383	0.500	0.618	0.735	0.853	0.961
	10	1351.1	"	"	"	"	"	"	"	1730.5	"	"	"	"	"	"	"	"
	100	1351.9	"	0.300	"	"	"	"	"	1731.1	"	"	"	"	"	"	"	0.960
	1000	1360.5	0.167	0.299	0.432	0.565	0.698	0.831	0.952	1737.6	"	"	0.382	0.499	0.617	0.734	0.852	0.959
	10000	1481.2	0.160	0.287	0.414	0.541	0.669	0.796	0.918	1830.2	0.144	0.258	0.372	0.486	0.601	0.715	0.830	0.937
0.1	0-10	1282.4	0.172	0.309	0.445	0.582	0.719	0.856	0.987	1650.7	0.151	0.272	0.392	0.513	0.633	0.753	0.874	0.990
	100	1282.5	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
	1000	1283.0	"	"	"	"	"	"	"	1651.0	"	"	"	"	"	"	"	0.989
	10000	1290.4	"	0.308	0.444	0.580	0.716	0.853	0.982	1655.1	"	0.271	"	0.512	0.632	0.752	0.873	0.987
1.0	0-1000	1265.1	0.173	0.311	0.448	0.586	0.724	0.862	0.998	1632.9	0.153	0.273	0.394	0.515	0.636	0.758	0.878	0.999
	10000	1265.2	"	"	"	"	"	"	"	1633.0	"	"	"	"	"	"	"	"
10.0	0-10000	1262.9	"	"	"	0.587	"	0.863	1.000	1630.8	"	"	"	"	0.637	"	0.879	1.000
100.0	0	1262.7	0.174	"	0.449	"	0.725	0.862	"	1630.6	0.152	"	0.395	0.516	"	"	"	"
	10-10000	"	0.173	"	0.448	"	0.724	0.863	"	"	0.153	"	0.394	0.515	"	"	"	"

TABELA - B.1 (CONTINUAÇÃO)

Ψ_4	MODOS NAT.		10°								
	Ψ_3	FREQ. NAT. (Hz)	NODOS ($\bar{x} = x/L$)								
			2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°
0	0	2154.7	0.133	0.238	0.343	0.448	0.553	0.658	0.763	0.869	0.965
	10	2154.8	"	"	"	"	"	"	"	"	"
	100	2155.3	"	"	"	"	"	"	"	"	"
	1000	2160.4	"	0.237	0.342	0.447	0.552	"	"	0.868	0.964
	10000	2229.9	0.131	0.233	0.337	0.440	0.543	0.647	0.750	0.854	0.949
0.1	0-100	2063.8	0.136	0.243	0.350	0.458	0.565	0.673	0.780	0.888	0.991
	1000	2064.1	"	"	"	"	"	"	"	"	"
	10000	2066.6	"	"	"	"	"	"	0.779	"	0.990
1.0	0-10000	2045.8	"	0.244	0.352	0.459	0.568	0.676	0.784	0.892	0.999
10.0	0-10000	2043.6	"	"	"	0.460	"	"	"	"	1.000
100.0	0	2043.4	"	"	"	"	"	"	"	"	"
	10-10000	"	"	"	"	"	"	"	"	0.893	"

Ψ_4	MODOS NAT.		11°									
	Ψ_3	FREQ. NAT. (Hz)	NODOS ($\bar{x} = x/L$)									
			2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°
0	0-10	2623.1	0.120	0.215	0.310	0.405	0.500	0.595	0.691	0.786	0.881	0.968
	100	2623.6	"	"	"	"	"	"	0.690	"	"	"
	1000	2627.7	"	"	"	"	"	"	"	0.785	"	0.967
	10000	2680.9	0.119	0.213	0.306	0.401	0.495	0.589	0.683	0.777	0.872	0.958
0.1	0-100	2521.2	0.123	0.219	0.316	0.414	0.510	0.607	0.705	0.802	0.899	0.993
	1000	2521.3	"	"	"	0.413	"	"	"	"	"	"
	10000	2523.0	0.122	"	"	"	"	"	"	"	"	0.992
1.0	0-10000	2502.8	0.123	0.220	0.318	0.415	0.513	0.610	0.707	0.805	0.902	0.999
10.0	0-10000	2500.7	"	"	"	"	"	"	"	"	0.903	1.000
100.0	0-10000	2500.5	"	"	"	"	"	"	0.708	"	"	"

TABELA - B.1 (CONTINUAÇÃO)

Ψ_4	MODOS NAT.		12°											
	Ψ_3	FREQ. NAT. (Hz)	NODOS ($\bar{x} = x/L$)											
			2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°	12°	
0	0 - 10	3134.6	0.110	0.196	0.283	0.370	0.457	0.544	0.631	0.718	0.804	0.892	0.971	
	100	3135.0	0.109	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	
	1000	3138.5	"	"	"	"	"	0.543	0.630	0.717	"	0.891	0.970	
	10000	3180.4	"	0.195	0.281	0.367	0.454	0.540	0.626	0.712	0.798	0.885	0.964	
0.1	0 - 100	3021.7	0.111	0.200	0.289	0.377	0.466	0.554	0.643	0.731	0.820	0.908	0.994	
	1000	3021.8	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	
	10000	3023.0	"	"	"	"	0.465	"	0.642	"	0.819	"	0.993	
1.0	0-10000	3003.2	0.112	0.201	"	0.378	0.467	0.556	0.645	0.733	0.822	0.911	0.999	
10.0	0-10000	3001.0	"	"	0.290	"	"		"	0.734	"	"	1.000	
100.0	0	3000.8	"	"	0.289	"	"		"	"	0.823	"	"	
	10-10000	"	"	"	0.290	"	"		"	"	0.822	"	"	

Ψ_4	MODOS NAT.		13°												
	Ψ_3	FREQ. NAT. (Hz)	NODOS ($\bar{x} = x/L$)												
			2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°	12°	13°	
0	0-10	3688.3	0.401	0.181	0.261	0.340	0.420	0.500	0.581	0.661	0.740	0.820	0.901	0.973	
	100	3688.6	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	
	1000	3691.5	"	"	"	"	"	"	0.580	0.660	"	"	0.900	"	
	10000	3725.6	"	0.180	0.260	0.338	0.418	0.498	0.578	0.657	0.737	0.816	0.896	0.968	
0.1	0-1000	3564.6	0.103	0.184	0.265	0.346	0.428	0.510	0.590	0.672	0.754	0.835	0.916	0.995	
	10000	3565.5	"	"	"	"	"	"	"	"	0.753	"	"	0.994	
1.0	0-10000	3545.9	"	0.185	0.266	0.347	0.429	0.511	0.592	0.674	0.756	0.837	0.918	1.000	
10.0	0-10000	3543.7	"	"	"	0.348	"	"	"	"	"	0.838	0.919	"	
100.0	0	3543.5	"	0.184	"	0.347	"	0.510	"	"	0.755	0.837	"	"	
	10-10000	"	"	0.185	"	0.348	"	0.511	"	"	0.756	0.838	"	"	

TABELA - B.1 (CONTINUAÇÃO)

Ψ_4	MODOS NAT.		14°													
	Ψ_3	FREQ. NAT. (Hz)	NODOS ($\bar{x} = x/L$)													
			2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°	12°	13°	14°	
0	0-10	4283.1	0.034	0.167	0.241	0.315	0.389	0.463	0.538	0.612	0.686	0.760	0.834	0.908	0.975	
	100	4283.4	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	0.833	"	"	
	1000	4285.9	"	"	"	"	"	"	"	"	0.685	0.759	"	"	"	
	10000	4314.2	"	"	0.240	0.314	0.388	0.462	0.536	0.609	0.683	0.756	0.830	0.904	0.971	
0.1	0-1000	4148.7	0.096	0.171	0.246	0.321	0.396	0.471	0.546	0.621	0.696	0.772	0.847	0.922	0.996	
	10000	4149.4	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	
1.0	0-10000	4129.9	"	"	"	"	"	0.472	0.547	0.623	0.698	0.774	0.849	0.925	1.000	
10.0	0-10000	4127.8	"	"	"	"	0.397	"	0.548	"	"	"	"	"	"	
100.0	0	4127.5	0.095	0.170	"	"	"	"	"	"	0.699	"	0.850	"	"	
	10-10000	"	0.096	0.171	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	

Ψ_4	MODOS NAT.		15°														
	Ψ_3	FREQ. NAT. (Hz)	NODOS ($\bar{x} = x/L$)														
			2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°	12°	13°	14°	15°	
0	0-10	4918.0	0.088	0.156	0.225	0.293	0.363	0.432	0.500	0.569	0.638	0.708	0.776	0.845	0.914	0.977	
	100	4918.2	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	
	1000	4920.4	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	
	10000	4944.3	0.087	"	0.224	"	0.362	0.430	0.499	0.568	0.637	0.705	0.774	0.843	0.912	0.974	
0.1	0-100	4773.0	0.088	0.158	0.228	0.298	0.368	0.438	0.508	0.578	0.648	0.718	0.788	0.858	0.928	0.996	
	1000	4773.1	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	
	10000	4773.6	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	
1.0	0-1000	4734.1	0.089	"	"	0.299	0.369	0.439	0.509	0.579	0.649	0.720	0.790	0.860	0.930	1.000	
	10000	4754.2	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	
10.0	0-10000	4752.0	"	"	0.229	"	"	"	"	"	0.650	"	"	"	"	"	
100.0	0	4751.8	"	0.159	"	"	"	"	0.510	"	"	"	"	"	"	"	
	10-10000	"	"	0.158	"	"	"	"	0.509	"	"	"	"	"	"	"	

TABELA - B.1 (CONTINUAÇÃO)

Ψ_4	MODOS NAT.		16°															
	Ψ_3	FREQ. NAT. (Hz)	NODOS ($\bar{x} = x/L$)															
			2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°	12°	13°	14°	15°	16°	
0	0-10	5591.9	0.082	0.146	0.210	0.275	0.339	0.404	0.468	0.533	0.597	0.662	0.726	0.791	0.855	0.920	0.978	
	100	5592.1	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	
	1000	5594.0	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	
	10000	5614.5	0.081	0.145	"	0.274	0.338	0.403	0.467	0.531	0.596	0.660	0.724	0.789	0.853	0.918	0.976	
0.1	0-100	5436.5	0.083	0.148	0.213	0.279	0.345	0.409	0.475	0.541	0.606	0.671	0.737	0.802	0.867	0.933	0.997	
	1000	5436.6	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	
	10000	5436.9	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	0.996	
1.0	0-10000	5417.6	"	"	0.214	0.280	"	0.410	0.476	"	0.607	0.673	0.738	0.804	0.869	0.934	1.000	
10.0	0-10000	5415.5	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	0.870	0.935	"	
100.0	0	5415.5	"	"	"	0.279	"	0.411	"	0.542	0.608	"	"	"	0.869	"	"	
	10-10000	"	"	"	"	0.280	"	0.410	"	0.541	0.607	"	"	"	0.870	"	"	

MODOS NAT.		17°																	
Ψ_4	Ψ_3	FREQ. NAT. (Hz)	NODOS ($\bar{x} = x/L$)																
			2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°	12°	13°	14°	15°	16°	17°	
0	0 - 10	6303.6	0.077	0.137	0.198	0.258	0.318	0.379	0.440	0.500	0.561	0.621	0.682	0.743	0.803	0.864	0.924	0.979	
	100	6303.8	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	
	1000	6305.4	0.076	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	
	10000	6323.3	"	"	0.197	"	"	"	0.439	0.499	0.560	"	0.681	0.741	0.801	0.863	0.923	0.978	
0.1	0 - 100	6138.0	0.078	0.139	0.201	0.262	0.324	0.385	0.446	0.507	0.569	0.630	0.692	0.753	0.815	0.876	0.938	0.997	
	1000	6138.1	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	
	10000	6138.3	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	0.691	"	0.814	"	"	"	
1.0	0-10000	6119.0	"	"	"	0.263	"	"	"	0.508	0.570	0.631	0.693	0.754	0.815	0.877	0.939	1.000	
10.0	0-10000	6117.0	"	"	"	"	"	"	0.447	"	"	0.632	"	"	0.816	"	"	"	
100.0	0	6116.7	"	"	"	"	0.323	"	"	0.509	"	0.631	"	0.755	"	"	"	"	
	10-10000	"	"	"	"	"	0.324	"	"	0.508	"	0.632	"	0.754	"	"	"	"	

TABELA - B.1 (CONTINUAÇÃO)

Ψ_4	MODOS NAT.		18°																
	Ψ_3	FREQ. NAT. (Hz)	NODOS ($\bar{x} = x/L$)																
			2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°	12°	13°	14°	15°	16°	17°	18°
0	0-10	7052.0	0.072	0.129	0.186	0.244	0.301	0.358	0.415	0.472	0.529	0.586	0.643	0.700	0.757	0.815	0.872	0.928	0.985
	100	7052.1	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
	1000	7053.6	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	0.814	"	"	"
	10000	7069.3	"	"	"	0.243	0.300	0.357	0.414	"	0.528	0.585	0.642	0.699	0.756	0.813	0.870	"	0.984
0.1	0-1000	6876.4	0.074	0.131	0.189	0.247	0.305	0.363	0.420	0.478	0.536	0.594	0.651	0.710	0.767	0.825	0.883	0.941	0.998
	10000	6876.6	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
1.0	0-10000	6857.4	"	"	"	"	"	"	0.421	"	0.537	"	0.653	"	0.769	0.826	0.884	0.942	1.000
10.0	0-10000	6855.3	"	"	"	"	"	"	"	0.479	"	"	"	"	"	"	0.885	"	"
100.0	0	6855.1	"	"	"	"	"	"	"	"	"	0.595	"	"	0.768	"	"	0.943	"
	10-10000	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	0.594	"	"	0.769	"	"	0.942	"

Ψ_4	MODOS NAT.		19°																	
	Ψ_3	FREQ. NAT. (Hz)	NODOS ($\bar{x} = x/L$)																	
			2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°	12°	13°	14°	15°	16°	17°	18°	19°
0	0-10	7835.9	0.068	0.122	0.176	0.230	0.284	0.338	0.392	0.446	0.500	0.555	0.609	0.663	0.716	0.770	0.824	0.878	0.932	0.986
	100	7836.1	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
	1000	7837.4	"	"	"	"	"	"	"	"	"	0.554	"	"	"	"	"	"	"	"
	10000	7851.3	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	0.608	0.662	"	"	"	"	"	"
0.1	0-1000	7650.5	0.070	0.124	0.178	0.234	0.288	0.343	0.397	0.452	0.507	0.561	0.616	0.671	0.726	0.780	0.835	0.889	0.944	0.999
	10000	7650.7	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
1.0	0-10000	7631.5	"	"	0.179	"	"	"	0.398	0.453	"	0.562	0.617	0.672	"	0.781	0.836	0.891	0.945	1.000
10.0	0-10000	7629.4	"	"	"	"	"	"	"	"	"	0.563	"	"	"	0.782	"	"	"	"
100.0	0	7629.2	0.069	"	"	0.233	"	"	"	"	0.508	"	"	"	"	0.781	"	"	"	"
	10-10000	"	0.070	"	"	0.234	"	"	"	"	0.507	"	"	"	"	0.782	"	"	"	"

TABELA - B.1 (CONTINUAÇÃO)

Ψ_4	MODOS NAT.		20°																		
	Ψ_3	FREQ. NAT. (Hz)	NODOS ($\bar{x} = x/L$)																		
			2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°	12°	13°	14°	15°	16°	17°	18°	19°	20°
0	0-10	8654.2	0.065	0.116	0.168	0.219	0.270	0.321	0.373	0.424	0.475	0.526	0.577	0.628	0.679	0.731	0.782	0.833	0.884	0.935	0.986
	100	8654.3	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
	1000	8655.5	"	"	"	"	"	"	"	"	0.474	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
	10000	8667.9	"	"	"	0.218	0.269	"	0.372	"	"	"	"	"	"	0.730	0.781	"	"	"	0.985
0.1	0-1000	8459.1	0.066	0.118	0.169	0.221	0.273	0.325	0.377	0.429	0.481	0.533	0.584	0.636	0.688	0.740	0.792	0.843	0.895	0.947	0.999
	10000	8459.2	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
1.0	0-10000	8440.1	"	"	"	"	"	"	0.378	"	"	"	0.585	0.637	0.689	0.741	0.793	0.844	0.896	0.948	1.000
10.0	0-10000	8438.1	"	"	"	"	"	0.326	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
100.0	0	8437.8	"	"	0.170	0.222	0.274	"	0.377	"	"	"	"	"	"	"	"	0.845	"	"	"
	10-10000	"	"	"	0.169	0.221	0.273	"	0.378	"	"	"	"	"	"	"	"	0.844	"	"	"

TABELA - B.1 (CONTINUAÇÃO)

MODOS NAT.	MÉTODO		FREQ. NAT. (Hz)	NODOS ($\bar{x} = x/L$)					
				2º	3º	4º	5º	6º	7º
1º	TEÓRICO	EULER	23.46	—	—	—	—	—	—
		TIMOSH.	23.46	—	—	—	—	—	—
	EXPERI- MENTAL (BARRA 1)	SEM FALHA	23.00	—	—	—	—	—	—
		FALHA 4% A_T $\bar{x} = 0.522$	23.00	—	—	—	—	—	—
2º	TEÓRICO	EULER	44.09	0.884	—	—	—	—	—
		TIMOSH.	44.08	II	—	—	—	—	—
	EXPERI- MENTAL (BARRA 1)	SEM FALHA	38.00	0.994	—	—	—	—	—
		FALHA 4% A_T $\bar{x} = 0.522$	38.00	0.995	—	—	—	—	—
3º	TEÓRICO	EULER	127.8	0.547	0.965	—	—	—	—
		TIMOSH.	127.7	II	II	—	—	—	—
	EXPERI- MENTAL (BARRA 1)	SEM FALHA	126.0	II	0.991	—	—	—	—
		FALHA 4% A_T $\bar{x} = 0.522$	126.0	0.543	0.967	—	—	—	—
4º	TEÓRICO	EULER	261.2	0.383	0.686	0.983	—	—	—
		TIMOSH.	260.7	II	II	II	—	—	—
	EXPERI- MENTAL (BARRA 1)	SEM FALHA	257.0	0.379	0.683	0.991	—	—	—
		FALHA 4% A_T $\bar{x} = 0.522$	257.0	0.377	0.681	0.983	—	—	—
5º	TEÓRICO	EULER	443.1	0.234	0.527	0.761	0.989	—	—
		TIMOSH.	441.8	II	II	II	II	—	—
	EXPERI- MENTAL (BARRA 1)	SEM FALHA	436.0	0.286	0.520	0.756	0.987	—	—
		FALHA 4% A_T $\bar{x} = 0.522$	436.0	II	II	II	II	—	—
6º	TEÓRICO	EULER	673.6	0.238	0.427	0.617	0.807	0.993	—
		TIMOSH.	670.3	0.239	II	II	II	II	—
	EXPERI- MENTAL (BARRA 1)	SEM FALHA	660.0	0.231	0.422	0.611	0.804	0.988	—
		FALHA 4% A_T $\bar{x} = 0.522$	660.0	II	II	II	II	0.992	—
7º	TEÓRICO	EULER	952.5	0.201	0.360	0.519	0.679	0.838	0.996
		TIMOSH.	945.9	II	II	II	II	II	II
	EXPERI- MENTAL (BARRA 1)	SEM FALHA	928.0	0.193	0.352	0.513	0.674	0.835	0.994
		FALHA 4% A_T $\bar{x} = 0.522$	928.0	II	II	II	0.675	0.836	0.998

TABELA - 8.2

MODOS NAT.	MÉTODO		FREQ. NAT. (Hz)	NODOS ($\bar{x} = x/L$)												
				2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°	12°	13°	14°
8°	TEÓRICO	EULER	1279.9	0.173	0.310	0.448	0.585	0.723	0.861	0.996	—	—	—	—	—	
		TIMOSH.	1268.0	"	"	"	"	"	"	"	—	—	—	—	—	
	EXPERI-MENTAL (BARRA 1)	SEM FALHA	1243.0	0.166	0.305	0.442	0.582	0.718	0.858	0.998	—	—	—	—	—	
		FALHA 4% AT $\bar{x}=0.522$	1243.0	"	0.304	"	0.581	0.720	"	0.999	—	—	—	—	—	
9°	TEÓRICO	EULER	1655.8	0.152	0.273	0.394	0.515	0.635	0.751	0.878	0.997	—	—	—	—	
		TIMOSH.	1635.8	"	"	"	"	"	"	"	"	—	—	—	—	
	EXPERI-MENTAL (BARRA 1)	SEM FALHA	1604.0	0.145	0.267	0.387	0.511	0.631	0.753	0.876	0.999	—	—	—	—	
		FALHA 4% AT $\bar{x}=0.522$	1604.0	"	"	0.388	"	0.632	0.755	"	1.000	—	—	—	—	
10°	TEÓRICO	EULER	2080.1	0.136	0.243	0.351	0.459	0.567	0.675	0.783	0.891	0.998	—	—	—	
		TIMOSH.	2048.7	"	"	"	"	0.568	"	"	"	"	—	—	—	
	EXPERI-MENTAL (BARRA 1)	SEM FALHA	2004.0	0.131	0.238	0.346	0.455	0.562	0.671	0.780	0.889	0.999	—	—	—	
		FALHA 4% AT $\bar{x}=0.522$	2004.0	0.129	0.237	"	"	0.563	0.673	0.782	0.891	1.000	—	—	—	
11°	TEÓRICO	EULER	2553.0	0.123	0.219	0.317	0.414	0.512	0.610	0.707	0.805	0.902	0.998	—	—	
		TIMOSH.	2505.7	"	0.220	"	0.415	"	"	"	"	"	—	—	—	
	EXPERI-MENTAL (BARRA 1)	SEM FALHA	2444.0	0.116	0.213	0.311	0.409	0.507	0.606	0.704	0.802	0.901	1.000	—	—	
		FALHA 4% AT $\bar{x}=0.522$	2444.0	0.115	"	"	0.410	0.508	0.608	0.707	0.805	0.903	"	—	—	
12°	TEÓRICO	EULER	3074.3	0.111	0.200	0.289	0.378	0.467	0.555	0.644	0.733	0.822	0.910	0.998	—	
		TIMOSH.	3006.1	0.112	0.201	"	"	"	"	"	"	"	"	—	—	
	EXPERI-MENTAL (BARRA 1)	SEM FALHA	2916.0	0.101	0.188	0.299	0.371	0.462	0.550	0.641	0.729	0.820	0.911	>1	—	
		FALHA 4% AT $\bar{x}=0.522$	2916.0	0.103	0.192	0.283	0.374	0.463	0.553	0.642	0.732	0.822	0.913	>1	—	
13°	TEÓRICO	EULER	3644.2	0.103	0.184	0.265	0.347	0.429	0.511	0.592	0.673	0.755	0.837	0.918	0.999	
		TIMOSH.	3548.8	"	0.185	"	"	"	"	"	"	"	"	"	—	
	EXPERI-MENTAL (BARRA 1)	SEM FALHA	3452.0	0.098	0.182	0.264	0.345	0.426	0.508	"	"	"	0.836	0.922	>1	
		FALHA 4% AT $\bar{x}=0.522$	3452.0	0.096	0.178	0.262	0.344	0.429	0.509	0.591	0.674	0.756	0.838	"	>1	
14°	TEÓRICO	EULER	4262.5	0.095	0.171	0.246	0.321	0.396	0.471	0.547	0.622	0.698	0.773	0.849	0.924	0.999
		TIMOSH.	4132.8	0.096	"	"	"	"	0.472	"	0.623	"	"	"	"	"
	EXPERI-MENTAL (BARRA 1)	SEM FALHA	3980.0	0.089	0.165	0.242	0.317	0.393	0.469	0.545	0.621	0.699	0.773	0.851	0.927	>1
		FALHA 4% AT $\bar{x}=0.522$	3980.0	0.086	0.163	0.240	0.316	"	0.470	0.547	0.622	0.701	0.777	0.854	0.929	>1

TABELA - B.2 (CONTINUAÇÃO)

MODOS NAT.	MÉTODO		FREQ. NAT. (Hz)	NODOS ($\bar{x} = x/L$)																		
				2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°	12°	13°	14°	15°	16°	17°	18°	19°	20°
15°	TEÓRICO	EULER	4929.4	0.088	0.158	0.228	0.298	0.368	0.439	0.509	0.579	0.649	0.719	0.789	0.860	0.930	0.999	—	—	—	—	—
		TIMOSH.	4757.1	0.089	"	"	0.299	0.369	"	"	"	"	"	"	"	"	"	—	—	—	—	—
	EXPERI-MENTAL (BARRA 1)	SEM FALHA	4596.0	0.083	0.155	0.225	0.296	0.368	0.439	0.509	0.582	0.652	0.724	0.795	0.865	0.935	>1	—	—	—	—	—
		FALHA 47. At $\bar{x}=0.522$	4620.0	0.081	0.153	0.223	0.295	0.367	"	"	"	"	"	"	0.867	0.938	>1	—	—	—	—	—
16°	TEÓRICO	EULER	5644.7	0.083	0.148	0.213	0.279	0.345	0.410	0.476	0.541	0.607	0.672	0.738	0.803	0.869	0.934	0.999	—	—	—	—
		TIMOSH.	5420.5	"	"	0.214	"	"	"	"	"	"	0.673	"	"	"	"	"	—	—	—	—
	EXPERI-MENTAL (BARRA 1)	SEM FALHA	5218.0	0.078	0.141	0.210	0.275	0.342	"	0.478	0.544	0.612	0.679	0.741	0.812	0.879	0.944	>1	—	—	—	—
		FALHA 47. At $\bar{x}=0.522$	5228.0	0.077	0.142	0.211	0.277	0.344	"	0.477	0.542	0.609	0.676	0.743	0.809	0.874	0.940	>1	—	—	—	—
17°	TEÓRICO	EULER	6408.5	0.077	0.139	0.200	0.262	0.324	0.385	0.446	0.508	0.569	0.631	0.693	0.754	0.815	0.877	0.938	1.000	—	—	—
		TIMOSH.	6121.9	0.078	"	0.201	0.263	"	"	"	"	0.570	"	"	"	"	"	"	"	—	—	—
	EXPERI-MENTAL (BARRA 1)	SEM FALHA	5872.0	0.073	0.138	0.197	0.261	0.322	0.387	0.450	0.513	0.577	0.638	0.703	0.764	0.828	0.893	0.953	>1	—	—	—
		FALHA 47. At $\bar{x}=0.522$	5904.0	0.071	0.133	0.195	0.260	0.321	0.386	0.446	0.509	0.572	0.633	0.697	0.760	0.824	0.887	0.947	>1	—	—	—
18°	TEÓRICO	EULER	7220.9	0.073	0.131	0.189	0.247	0.305	0.363	0.420	0.478	0.536	0.594	0.652	0.710	0.768	0.826	0.884	0.942	1.000	—	—
		TIMOSH.	6860.3	0.074	"	"	"	"	"	0.421	"	0.537	"	0.653	"	"	"	"	"	"	—	—
	EXPERI-MENTAL (BARRA 1)	SEM FALHA	6532.0	0.067	0.128	0.186	0.246	0.306	0.367	0.426	0.487	0.545	0.606	0.666	0.726	0.787	0.846	0.906	0.962	>1	—	—
		FALHA 47. At $\bar{x}=0.522$	6554.0	"	0.124	0.185	0.244	0.302	0.364	0.422	0.482	0.541	0.599	0.659	0.720	0.778	0.837	0.896	0.955	>1	—	—
19°	TEÓRICO	EULER	8081.7	0.069	0.124	0.178	0.233	0.288	0.343	0.397	0.452	0.507	0.562	0.616	0.671	0.726	0.781	0.836	0.891	0.945	1.000	—
		TIMOSH.	7634.4	0.070	"	0.179	0.234	"	"	0.398	0.453	"	"	"	0.672	"	"	"	"	"	"	—
	EXPERI-MENTAL (BARRA 1)	SEM FALHA	7450.0	0.064	0.122	"	0.238	0.294	0.351	0.407	0.465	0.522	0.578	0.636	0.693	0.749	0.807	0.864	0.923	0.974	>1	—
		FALHA 47. At $\bar{x}=0.522$	7458.0	0.063	0.115	0.175	0.232	0.284	0.345	0.400	0.454	0.513	0.567	0.625	0.683	0.737	0.796	0.851	0.908	0.962	>1	—
20°	TEÓRICO	EULER	8991.0	0.066	0.117	0.169	0.221	0.273	0.325	0.377	0.429	0.481	0.533	0.584	0.636	0.688	0.741	0.793	0.845	0.897	0.949	1.000
		TIMOSH.	8443.0	"	0.118	"	"	"	"	"	"	"	"	0.585	0.637	0.689	"	"	0.844	"	"	"
	EXPERI-MENTAL (BARRA 1)	SEM FALHA	8050.0	0.061	0.114	"	0.222	0.278	0.331	0.387	0.441	0.495	0.550	0.603	0.658	0.713	0.766	0.820	0.874	0.929	0.979	>1
		FALHA 47. At $\bar{x}=0.522$	8058.0	0.059	0.111	0.165	0.217	0.273	0.323	0.378	0.431	0.483	0.537	0.589	0.643	0.698	0.750	0.803	0.856	0.909	0.960	>1

TABELA - B.2 (CONTINUAÇÃO)

APÊNDICE C

ASSINATURAS DECRESCIMENTO ALEATÓRIO

APÊNDICE C - ASSINATURAS DECRESCIMENTO ALEATÓRIO

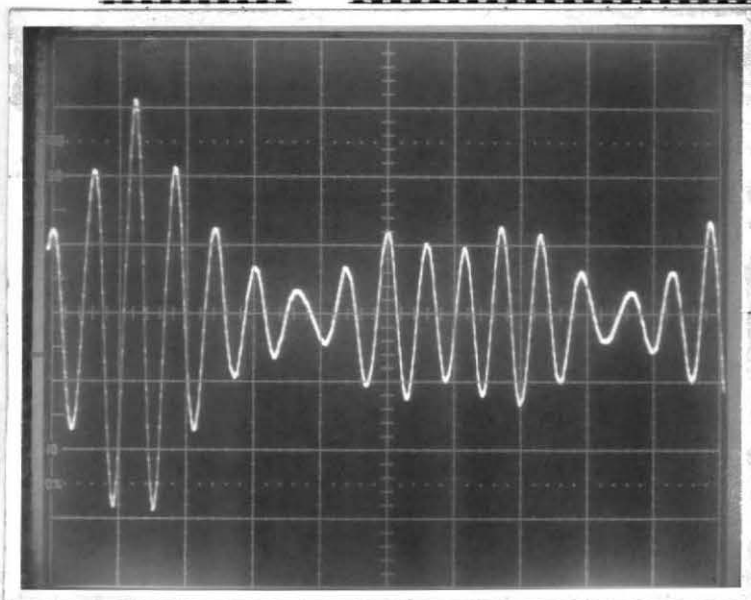


FIGURA C.1

Assinatura Decrescimento
Aleatório para:

Falha = 0% At

Aceler. \ddot{a} 605 mm

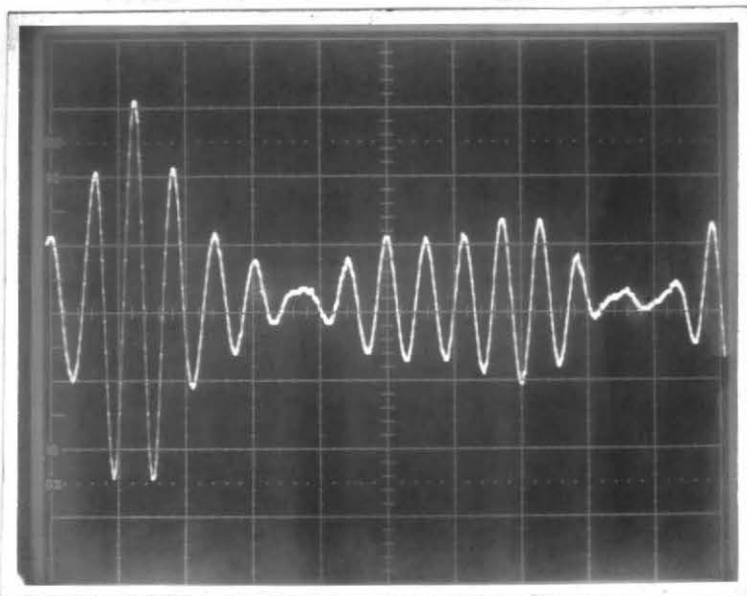


FIGURA C.2

Assinatura Decrescimento
Aleatório para:

Falha = 8% At

Aceler. \ddot{a} 605 mm

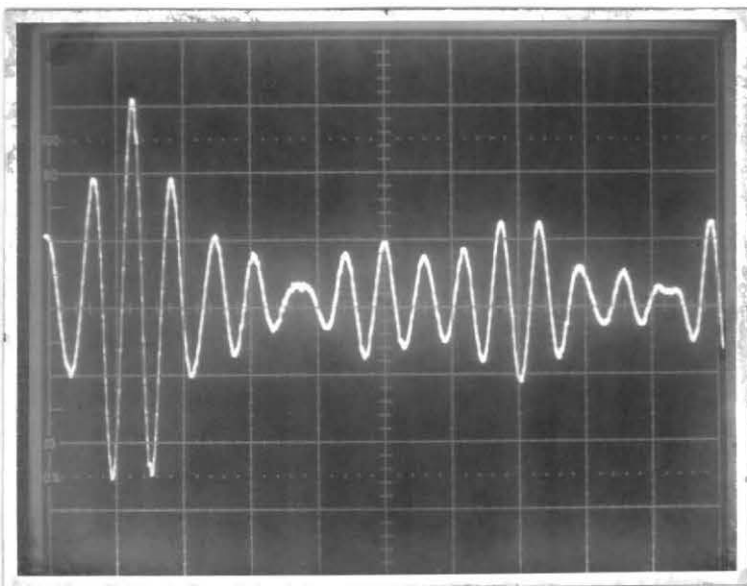


FIGURA C.3

Assinatura Decrescimento
Aleatório para:

Falha = 16% At

Aceler. \ddot{a} 605 mm

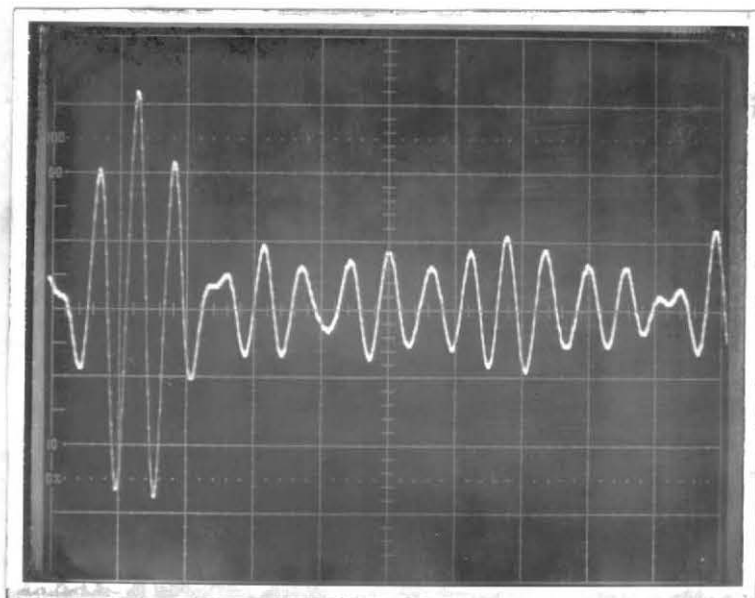


FIGURA C.4

Assinatura Decrescimento
Aleatório para:

Falha = 32% A_t

Aceler. \bar{a} 605 mm

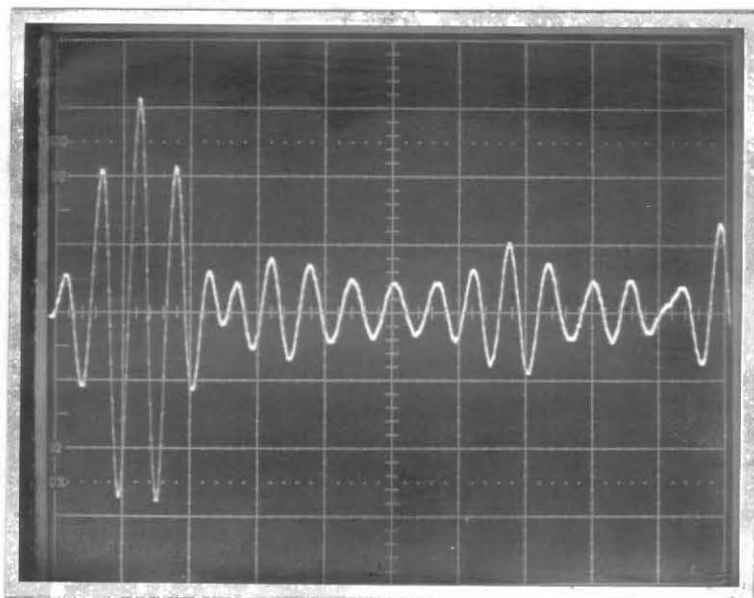


FIGURA C.5

Assinatura Decrescimento
Aleatório para:

Falha = 50% A_t

Aceler. \bar{a} 605 mm

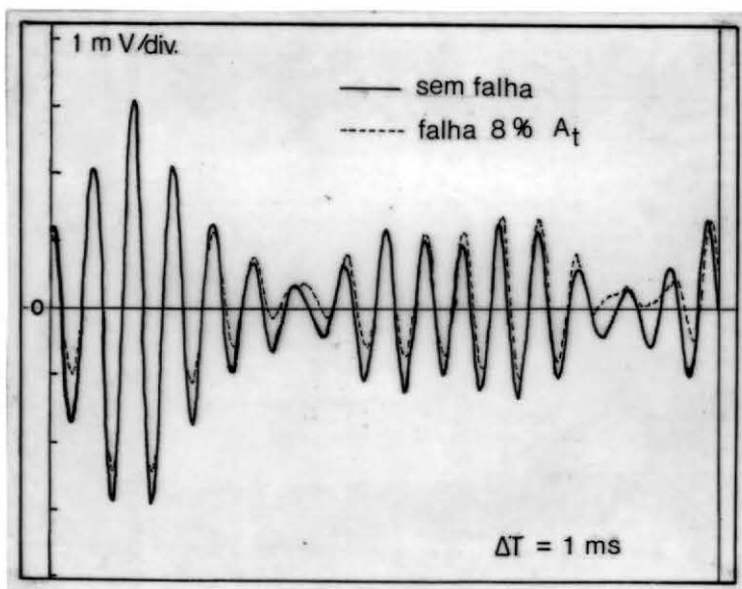


FIGURA C.6

Comparação entre Assina-
turas Decrescimento
Aleatório com:

Falhas de 0 e 8%

Acelerômetro \bar{a} 605 mm

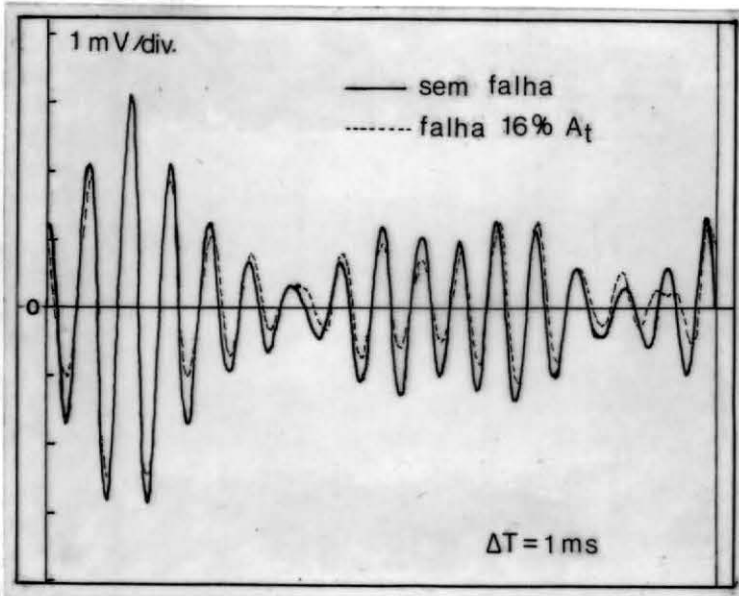


FIGURA C.7

Comparação entre Assina-
turas Decrescimento
Aleatório com:

Falhas de 0 e 16% A_t e
Aceler. \bar{a} 605 mm

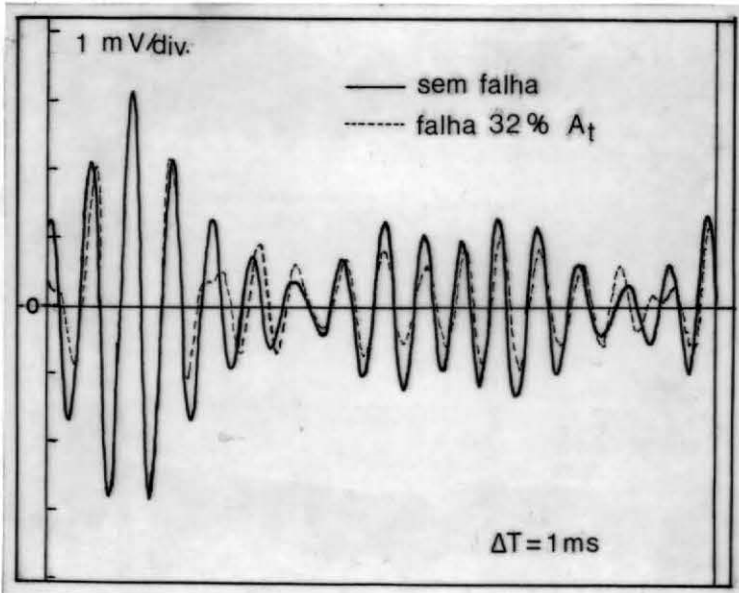


FIGURA C.8

Comparação entre Assina-
turas Decrescimento
Aleatório com:

Falhas de 0 e 32% A_t e
Aceler. \bar{a} 605 mm

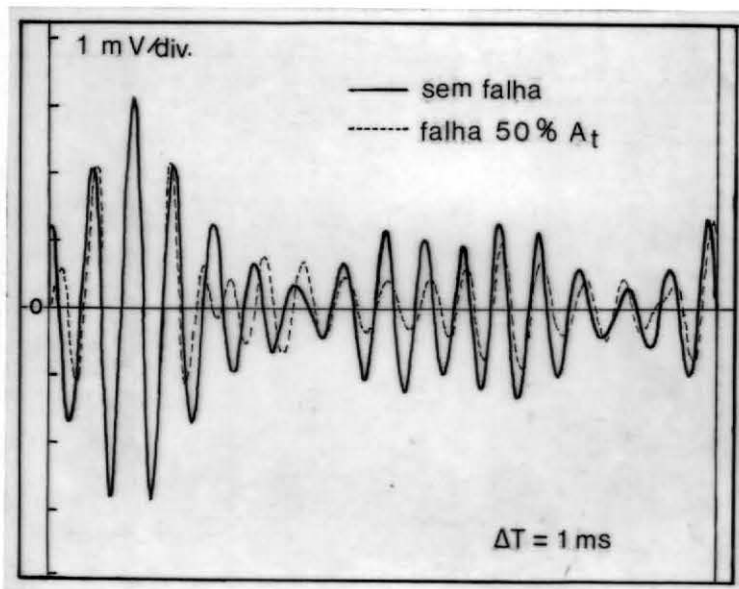


FIGURA C.9

Comparação entre Assina-
turas Decrescimento
Aleatório com:

Falhas de 0 e 50% A_t e
Aceler. \bar{a} 605 mm

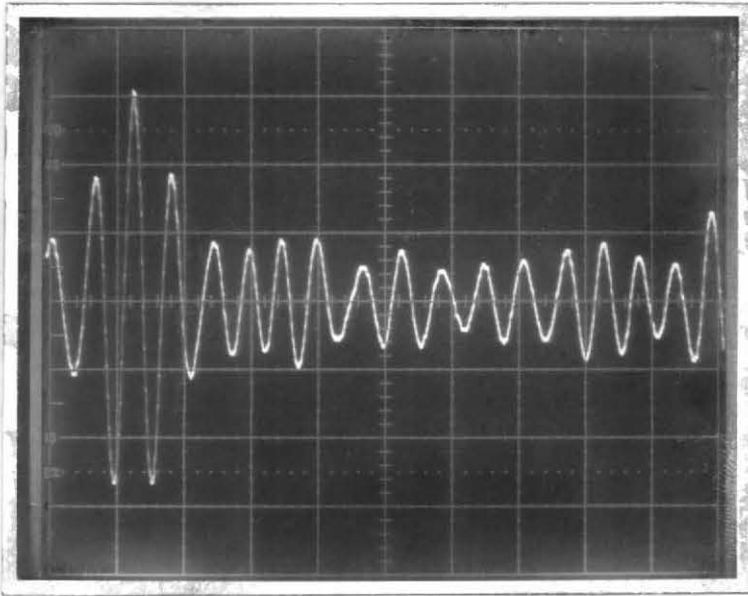


FIGURA C.10

Assinatura Decrescimento
Aleatório para:

Falha = 0% At

Accler. \bar{a} 255 mm

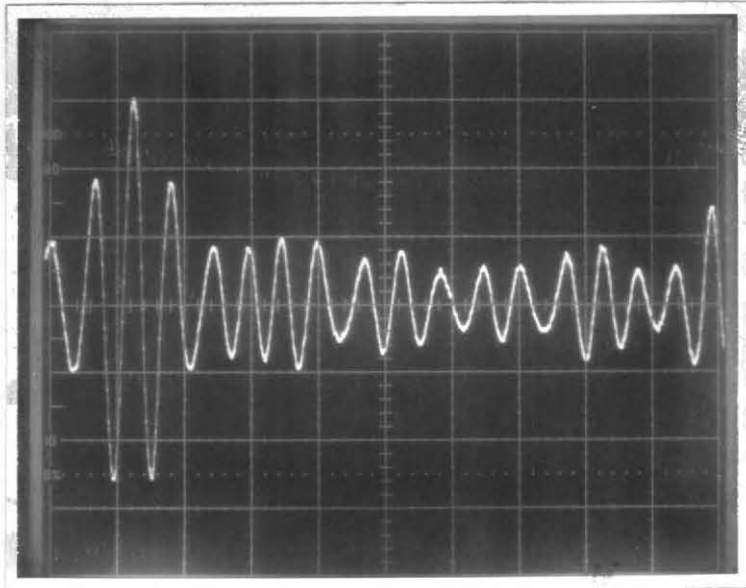


FIGURA C.11

Assinatura Decrescimento
Aleatório para:

Falha = 8% At

Accler. \bar{a} 255 mm

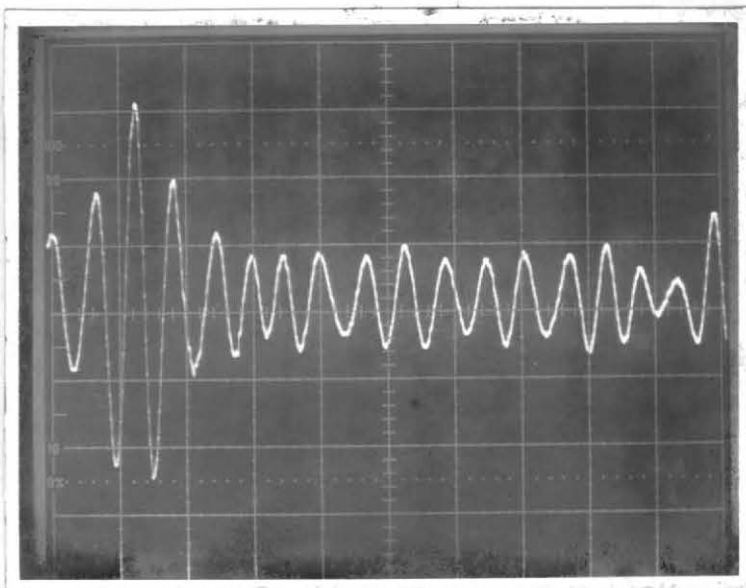


FIGURA C.12

Assinatura Decrescimento
Aleatório para:

Falha = 16% At

Accler. \bar{a} 255 mm

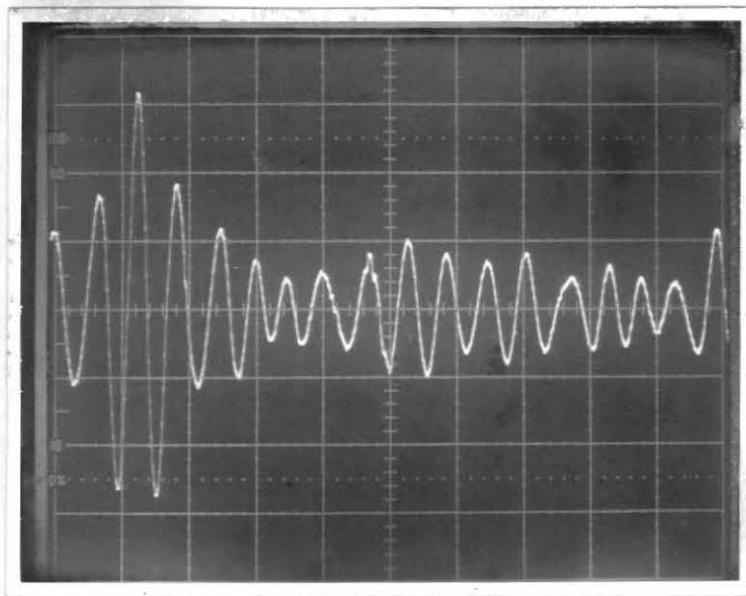


FIGURA C.13

Assinatura Decrescimento
Aleatório para:

Falha = 32% A_t e
Aceler. \tilde{a} 255 mm

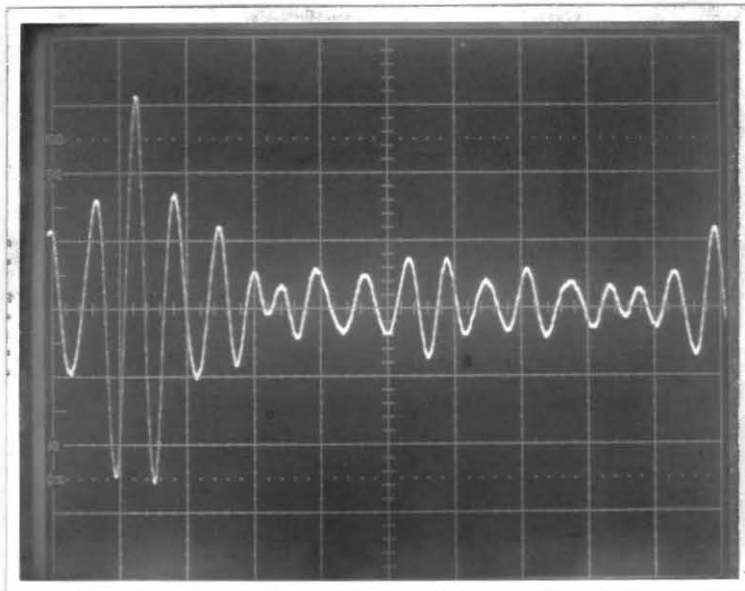


FIGURA C.14

Assinatura Decrescimento
Aleatório para:

Falha = 50% A_t e
Aceler. \tilde{a} 255 mm

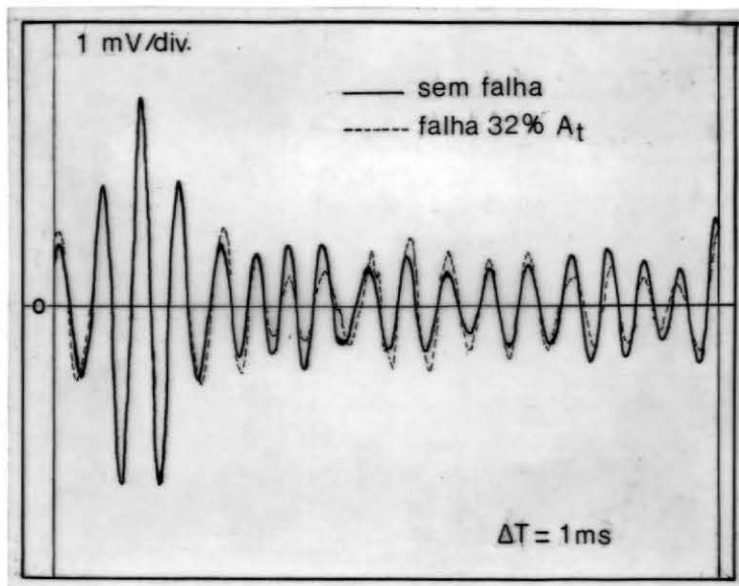


FIGURA C.15

Comparação entre Assina-
turas Decrescimento
Aleatório com:

Falhas de 0 e 32% A_t
e Aceler. \tilde{a} 255 mm

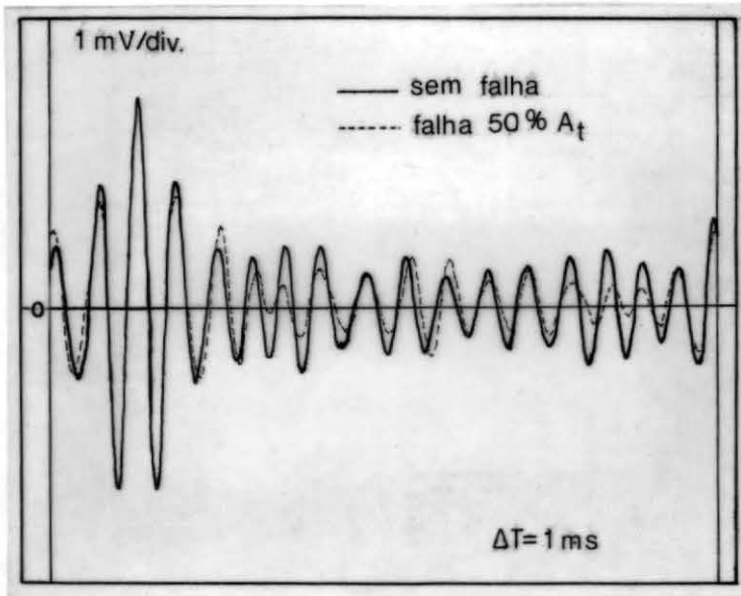


FIGURA C.16

Comparação entre Assina-
turas Decrescimento
Aleatório com:

Falhas de 0 e 50% A_t
e Aceler. \tilde{a} 255 mm

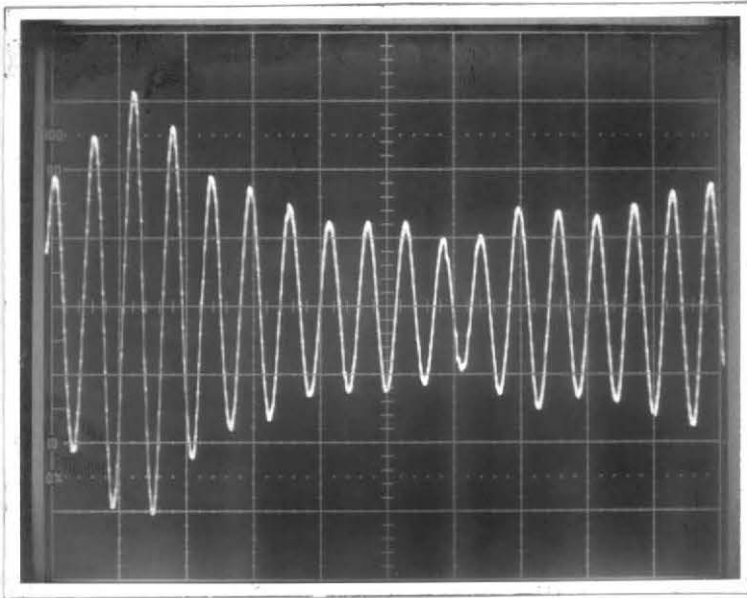


FIGURA C.17

Assinatura Decrescimento
Aleatório para:

Falha = 0% At

Accler. \tilde{a} 542 mm

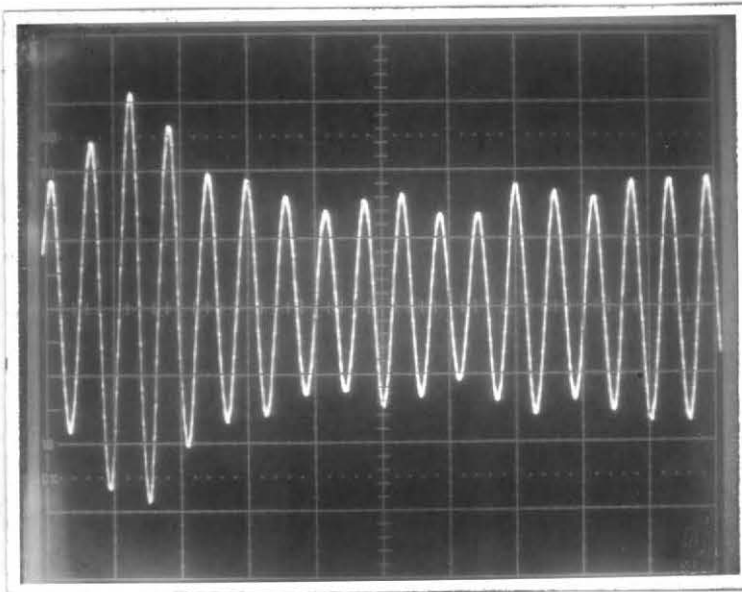


FIGURA C.18

Assinatura Decrescimento
Aleatório para:

Falha = 8% At e

Accler. \tilde{a} 542 mm

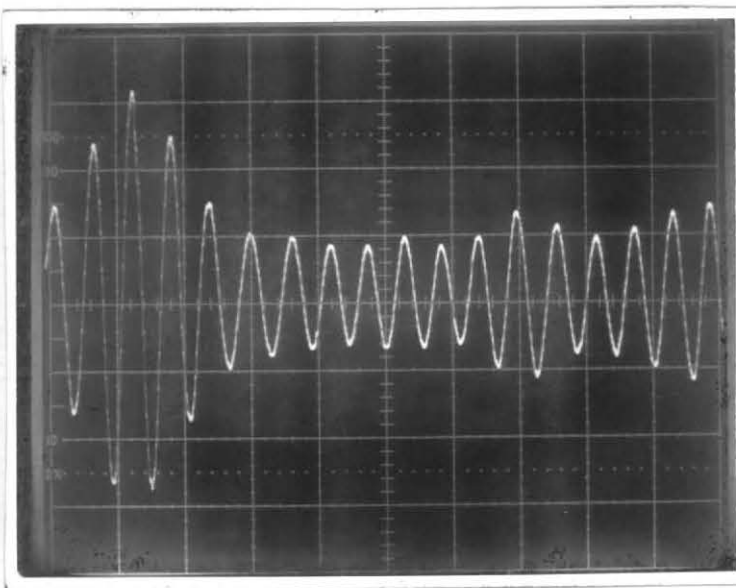


FIGURA C.19

Assinatura Decrescimento
Aleatório para:

Falha = 16% At e

Accler. \tilde{a} 542 mm

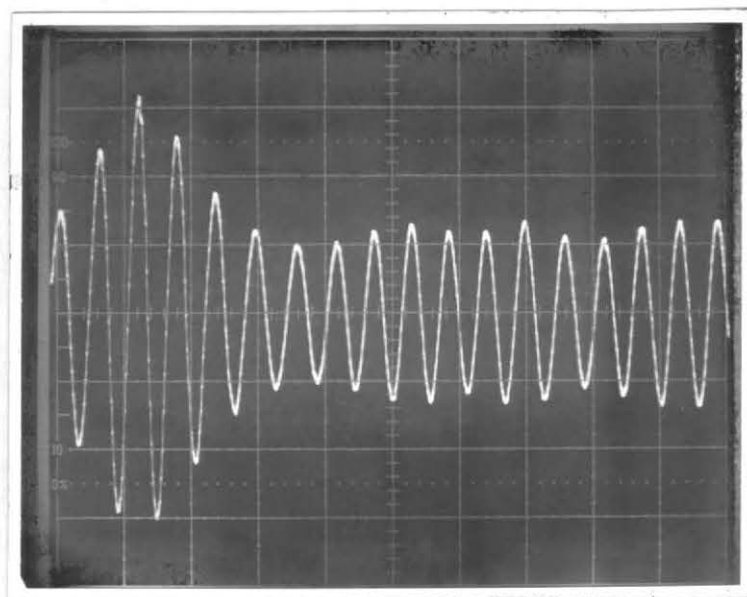


FIGURA C.20

Assinatura Decrescimento
Aleatório para:

Falha = 32% A_t e
Aceler. \ddot{a} 542 mm

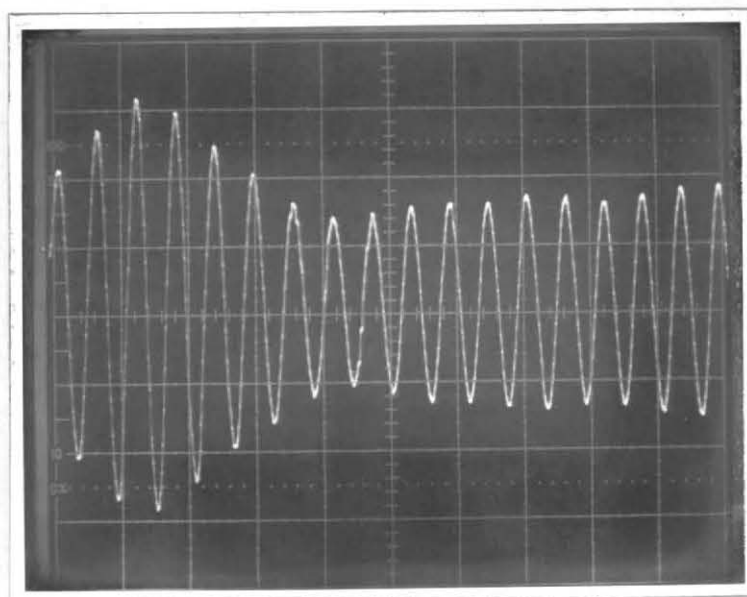


FIGURA C.21

Assinatura Decrescimento
Aleatório para:

Falha = 50% A_t e
Aceler. \ddot{a} 542 mm

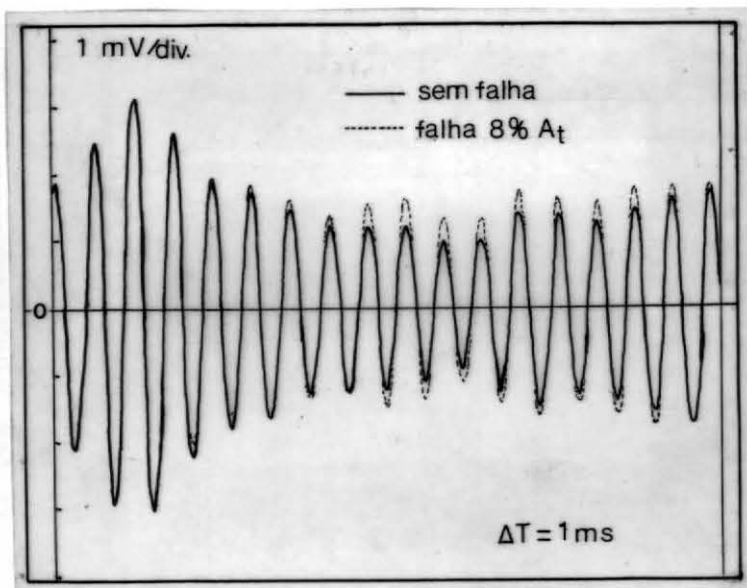


FIGURA C.22

Comparação entre Assina-
turas Decrescimento
Aleatório com:

Falhas de 0 e 8% A_t
e Aceler. \ddot{a} 542 mm

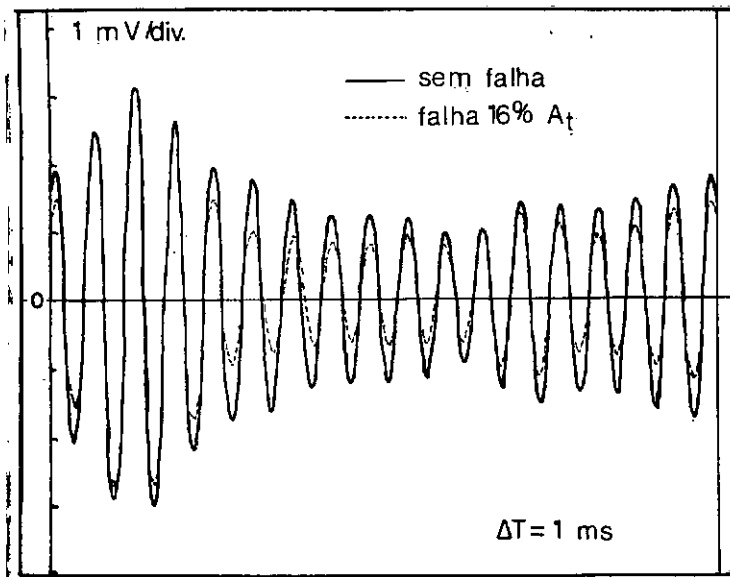


FIGURA C.23

Comparação entre Assinaturas Decrescimento Aleatório com:

Falhas de 0 e 16% A_t e Aceler. $\ddot{a} = 542 \text{ mm}$

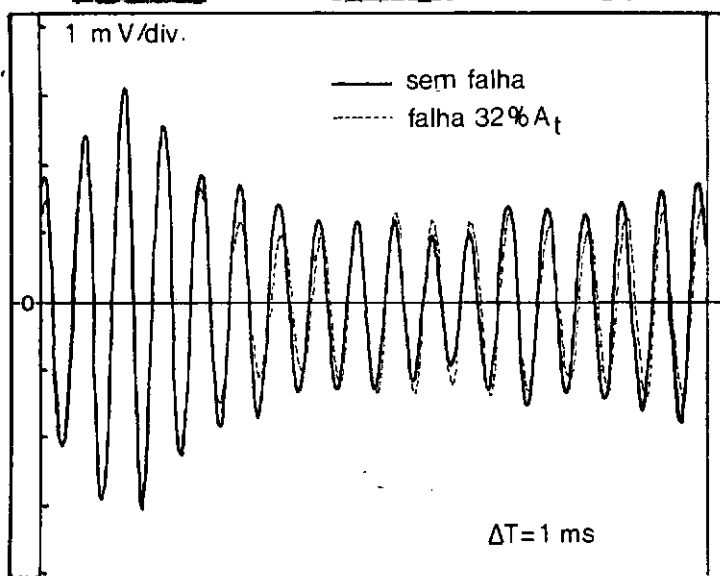


FIGURA C.24

Comparação entre Assinaturas Decrescimento Aleatório com:

Falhas de 0 e 32% A_t e Aceler. $\ddot{a} = 542 \text{ mm}$

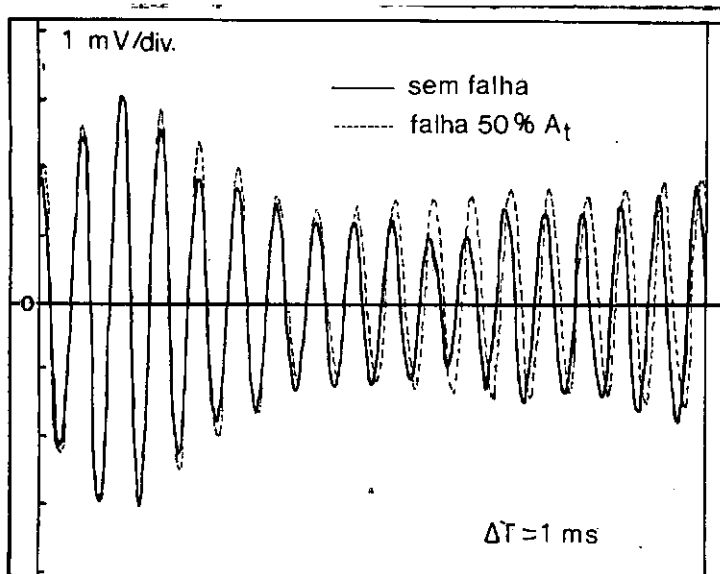


FIGURA C.25

Comparação entre Assinaturas Decrescimento Aleatório com:

Falhas de 0 e 50% A_t e Aceler. $\ddot{a} = 542 \text{ mm}$

BIBLIOGRAFIA

- (1) COLE, Henry A., Jr., Reed, R.E., Jr., "A Method for detecting structural deterioration in bridges", Nielsen Engineering & Research Inc., Mountain View, July, 1974.
- (2) DARRAS, Bertrand, "Identification de systèmes vibrants par la méthode du décréement aléatoire", Revue Française de Mécanique, n° 58-59, 1976, pp. 21-27.
- (3) THOMSON, William T., "Theory of vibration with Applications", Prentice Hall Inc. Englewood cliffs, New Jersey, USA, 1965.
- (4) SLAMA, Jules G., Treiguer, J.M., "Processamento do sinal no controle do estado de uma estrutura", Anais do I Congresso Internacional de Processamento do Sinal, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, julho, 1978.
- (5) COLE, Henry A., Jr., "On-line failure detection and damping measurement of aerospace structures by Random Decrement Signatures", NASA CR-2205, march, 1973.
- (6) MEIROVITCH, L., "Analytical Methods in Vibrations", Collier-Macmillan Canada, Ltd., Toronto, Canada, 1967.
- (7) MORAND, Henry, "Analyse Dynamique de systèmes conservatifs Evolutifs. Discussion des Croisements de Modes", ATMA., session 1976.

- (8) COWPER, G.R., "The shear coefficient in Timoshenko's Beam Theory", Journal of Applied Mechanics, Transactions of the ASME, serie E, june, 1966, pp. 335-340.
- (9) LEE, L.W., "Estatistical theory of communication", John Willey & Sons, Inc., New York, USA, 1960.
- (10) SLAMA, Jules G., "Médias Condicionais em Vibração", Seminário, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, março, 1982.